



Guía 2

Estudio de la gráfica de una función

Introducción

En esta guía realizaremos un estudio, preferentemente intuitivo, de las características de una función; para este propósito nos apoyaremos en el procesador geométrico Geogebra¹. Por ejemplo, estudiaremos conceptos tales como: simetrías, dominio, recorrido, continuidad, máximos, mínimos, monotonía, concavidad, puntos de inflexión, etc. Además, veremos algunos de ejemplos de funciones y sus características gráficas, para lo cual se acompañará de videos explicativos en YouTube.

En las guías siguientes se abordarán con más detalle cada una de las características gráficas de una función.

Aspectos de una función a estudiar

- 1) Tipo de función
- 2) Dominio
- 3) Continuidad
- 4) Periodicidad
- 5) Simetrías
- 6) Asíntotas
- 7) Intersecciones con los ejes coordenados
- 8) Regiones donde es positiva o negativa
- 9) Máximos y mínimos relativos
- 10) Monotonía
- 11) Puntos de inflexión
- 12) Curvatura
- 13) Recorrido

Videos para comprender los conceptos preliminares



[Concepto intuitivo de función](#)



[Clasificación de funciones de variable real](#)



[Dominio de definición de una función](#)



[Continuidad](#)



[Periodicidad](#)



[Simetrías](#)



[Asíntotas](#)

¹ www.geogebra.org



[Intersección con los ejes coordenados y regiones](#)



[Máximos y mínimos relativos, monotonía](#)



[Puntos de inflexión y curvatura](#)



[Recorrido](#)

Ejemplo 1

Estudiar las características de la función $y = x^5 - 5x^3 + 4x$.

Desarrollo

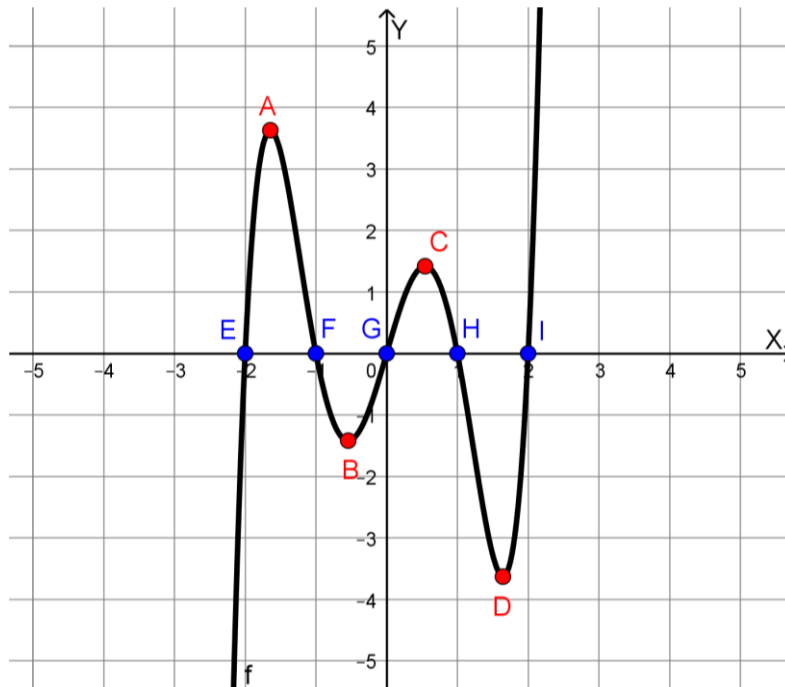


[Ver vídeo explicativo de ejemplo 1 YouTube](#)

Características de la función $y = x^5 - 5x^3 + 4x$.	
Tipo de función	Es una función algebraica polinómica.
Dominio	$Dom(f) = \mathbb{R}$
Continuidad	Es continua en \mathbb{R} .
Periodicidad	No es periódica.
Simetrías	Es simétrica con respecto al origen $O(0,0)$, es decir, es una función impar.
Asíntotas	No presenta asíntotas.
Intersección eje X	Puntos: $F(-2,0)$; $G(-1,0)$; $O(0,0)$; $I(1,0)$; $J(2,0)$
Intersección eje Y	Punto: $O(0,0)$
Región positiva	Intervalo: $(-2, -1) \cup (0,1) \cup (2, +\infty)$
Región negativa	Intervalo: $(-\infty, -2) \cup (-1,0) \cup (1,2)$
Máximos relativos	Aproximando a dos decimales: $D(0.54,1.42)$; $B(-1.64,3.63)$

Mínimos relativos	Aproximando a dos decimales: $E(1.64, -3.63); C(-0.54, -1.42)$
Monotonía	Creciente : $(\nearrow) = (-\infty, -1.64) \cup (-0.54, 0.54) \cup (1.64, +\infty)$
	Decreciente : $(\searrow) = (-1.64, -0.54) \cup (0.54, 1.64)$
Puntos de inflexión	$M(-1.22, 1.53); O(0,0); K(1.22, -1.53)$
Curvatura	Cóncava hacia arriba $(\cup) = (-1.22, 0) \cup (1.22, +\infty)$
	Cóncava hacia abajo $(\cap) = (-\infty, -1.22) \cup (0, 1.22)$
Recorrido	$Rec(f) = \mathbb{R}$

Gráfica de la función $y = x^5 - 5x^3 + 4x$ en Geogebra:



Ejemplo 2

Estudiar las características de la función $y = \frac{x^3}{x^2-1}$.

Desarrollo



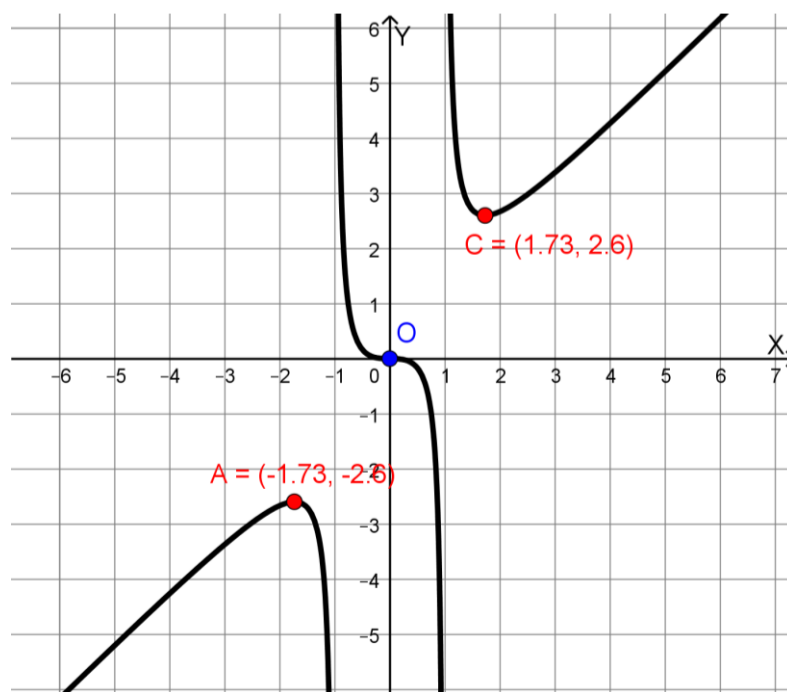
Ver vídeo explicativo de ejemplo 2 YouTube

Características de la función $y = \frac{x^3}{x^2-1}$.	
Tipo de función	Es una función algebraica racional.
Dominio	$Dom(f) = \mathbb{R} - \{1, -1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$
Continuidad	Es discontinua en $x = 1$ y $x = -1$.



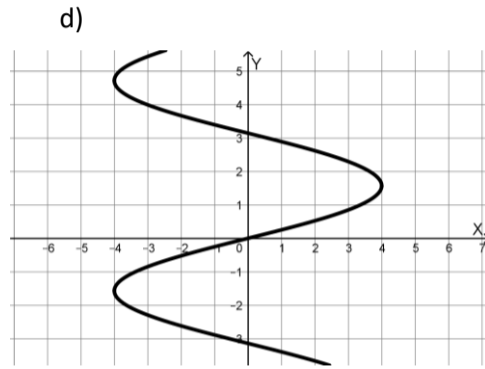
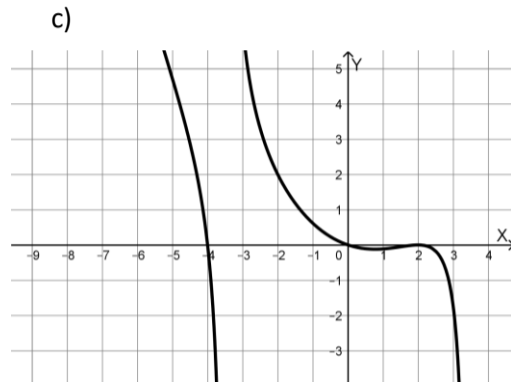
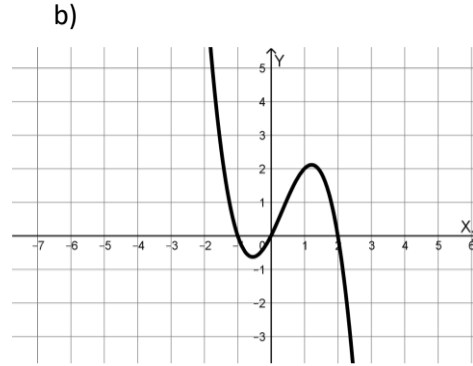
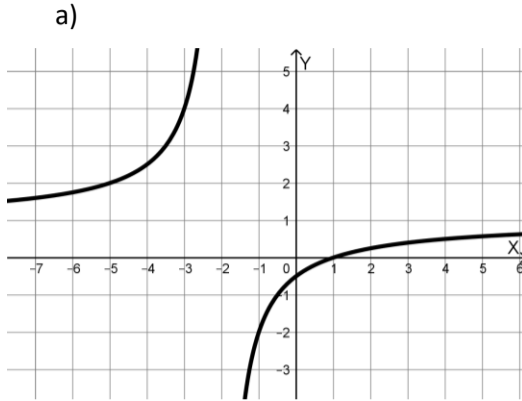
Periodicidad	No es periódica.
Simetrías	Es simétrica con respecto al origen $O(0,0)$, es decir, es una función impar.
Asíntotas	Verticales: $x = 1$ y $x = -1$. Horizontales: no tiene. Oblicua: $y = x$.
Intersección eje X	Puntos: $O(0,0)$.
Intersección eje Y	Punto: $O(0,0)$.
Región positiva	Intervalo: $(-1,0) \cup (1, +\infty)$
Región negativa	Intervalo: $(-\infty, -1) \cup (0,1)$
Máximos relativos	Aproximando a dos decimales: $A(-1.73, -2.6)$
Mínimos relativos	Aproximando a dos decimales: $C(1.73, 2.6)$
Monotonía	Creciente : (\nearrow) = $(-\infty, -1.73) \cup (1.73, +\infty)$
	Decreciente : (\searrow) = $(-1.73, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, 1.73)$
Puntos de inflexión	$O(0,0)$
Curvatura	Cóncava hacia arriba (\cup) = $(-1,0) \cup (1, +\infty)$
	Cóncava hacia abajo (\cap) = $(-\infty, -1) \cup (0,1)$
Recorrido	$Rec(f) = \mathbb{R}$

Gráfica de la función $y = \frac{x^3}{x^2-1}$ en Geogebra:



Practicando lo aprendido

1) En cada caso, indica si la gráfica es una función; fundamenta tu respuesta.



2) En cada caso, realizar el estudio de la función apoyados por el software Geogebra:

a) $y = x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x$

b) $y = -x^3 - x^2 + 2x$

c) $y = \frac{x^2+1}{x}$

d) $y = \frac{6-x}{x-3}$

e) $y = x^3 - 4x^2 + x + 1$

f) $y = \frac{x}{x^2-4}$

g) $y = x^4 - 2x^2 + 2$

h) $y = x^5 - 2x^3 - 1$

i) $y = \frac{x^2}{x-1}$

j) $y = \frac{x^2-4}{x^2-1}$