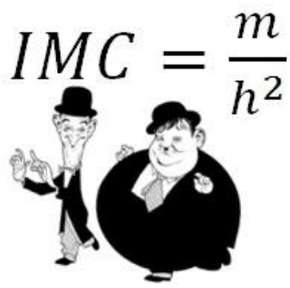
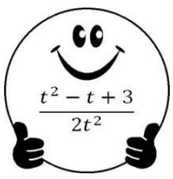
Guía 1

# Fracciones algebraicas

| | |
|---|---|
| Nombre | |
| Curso | 2° Año Medio A – B – C - D |
| Capacidad | Resolver Problemas |
| Destreza | Analizar |
| Valor | Responsabilidad |
| Actitud | Compromiso |




**Aprendizaje Esperado**

Analizar la validez de una expresión algebraica fraccionaria.

**Indicadores de evaluación**

a) Identifican aquellos valores para los cuales una fracción algebraica se indefinen y justifican adecuadamente.
b) Analizan formulas e interpretan las variaciones que se producen por cambios en las variables.

## Actividades de exploración

### 1) Trotando en una pista de atletismo[1]

Ana debe trotar cuatro vueltas a la pista de atletismo de su colegio, la cual tiene una longitud total de $\boldsymbol{K}$ metros. Su desempeño es como sigue: se demora $\boldsymbol{t}$ segundos en dar la primera vuelta, luego trota más rápido, demorándose 10 segundos menos en la segunda, pero cerca del final se cansa un poco, y demora, con respecto a la primera vuelta, 5 segundos menos en la tercera y 5 segundos más en la cuarta vuelta.

En base a la información anterior, complete la siguiente tabla:

| **Vueltas** | **Distancia recorrida** $\boldsymbol{d}$ | **Tiempo** $\boldsymbol{t}$ | **Rapidez** $\boldsymbol{v = \frac{d}{t}}$ |
|---|---|---|---|
| Primera | | | |
| Segunda | | | |
| Tercera | | | |
| Cuarta | | | |

[1] Actividad extraída desde texto para el estudiante, p. 72, Santillana, Año 2010

Las expresiones de la cuarta columna, que representan la rapidez con que Ana debe trotar en cada vuelta, son llamadas expresiones **algebraicas fraccionarias** o simplemente **fracciones algebraicas**. Observa que corresponden a cuocientes entre expresiones algebraicas.

Tal como en las fracciones, se llama **numerador** y **denominador** a cada parte de la fracción algebraica.

$$\frac{a}{b} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Numerador} \\ \longrightarrow \text{Denominador} \end{array}$$

Ahora, considerando que una pista de atletismo tiene 400 metros y Ana demora 80 segundos en dar la primera vuelta, se puede reemplazar el valor de $\boldsymbol{K}$ y $\boldsymbol{t}$ en cada una de las expresiones que representan la rapidez. Completar la siguiente tabla, con la rapidez en cada una de las cuatro vueltas:

| **Vuelta** | **Valor de la Rapidez en $\frac{m}{s}$** |
|---|---|
| Primera | |
| Segunda | |
| Tercera | |
| Cuarta | |

De acuerdo con los cálculos anteriores, ¿en qué vuelta Ana trotó con mayor rapidez? ¿Y con menor rapidez?

## 2) Cómo evoluciona el precio de la manzana

Un economista ha determinado que el precio de 1 Kg. de manzana en los grandes supermercados, evoluciona según la expresión:

$$P_m = \frac{5.000}{4+t}$$

$P_m$ : Precio del Kg. de manzana en pesos.

$t$ : Número de días en que se pone a la venta.

Estudiemos la evolución del valor de la manzana a través de una semana:

| $\boldsymbol{t}$ | $\boldsymbol{P_m}$ |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |

| $\boldsymbol{t}$ | $\boldsymbol{P_m}$ |
|---|---|
| 5 | |
| 6 | |
| 7 | |
| 8 | |

a) ¿Qué sucede con el precio del Kg. de manzanas a través que transcurren los días? ¿A qué se debe este hecho?

b) ¿Para qué valores de $\boldsymbol{t}$ esta fórmula tiene sentido?

## 3) Las fracciones algebraicas en las ciencias

Una población de 400 bacterias de un cultivo se sabe que varía según la fórmula:

$$B = 400 \cdot \left( \frac{t^2 + t + 1}{t^2 + 1} \right)$$

$B$ : Número de bacterias.

$t$ : Minutos.

Por ejemplo, a los 15 minutos, el número de bacterias presente en el cultivo se puede obtener con ayuda de la calculadora científica:

400 x ( ( 15 $\boxed{x^2}$ + 15 + 1 ) $\boxed{a^b/_c}$ ( 15 $\boxed{x^2}$ + 1 ) ) $\boxed{=}$ $\boxed{a^b/_c}$

Es decir, el número de bacterias a los 15 minutos es de $426{,}548\ldots \approx 427$.

Estudia la variación del cultivo de bacterias, completando la siguiente tabla:

| $\boldsymbol{t}$ (minutos) | $\boldsymbol{B}$ |
|---|---|
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | |

| $\boldsymbol{t}$ (minutos) | $\boldsymbol{B}$ |
|---|---|
| 5 | |
| 10 | |
| 30 | |
| 60 | |
| 120 | |

¿Qué sucede con la cantidad de bacterias a medida que pasa el tiempo?

## 4) La calculadora científica: una potente máquina procesadora

La calculadora científica actúa como una máquina procesadora de números, por ejemplo: sin ingresas en el visor de la pantalla: 4 [^] 3 [=], el resultado será 64. Es decir, los números 4 y 3 (en este orden) fueron procesados por la función [^]. ¿Qué operación representa la tecla [^]?

Ahora trabajaremos con la función [$a^{b/c}$] (a b/c), la cual también procesa números. Para comenzar, escribe en el visor de la calculadora la siguiente expresión 6 [$a^{b/c}$] 10 [=], ¿qué resultado entrega?, ¿de qué función se trata? Compara y comparte tu respuesta con tus compañeros y profesor.

A partir de las funciones de la calculadora científica, podemos crear nuevas máquinas procesadoras de números, por ejemplo:

| $n$ | $\frac{n}{2n+1}$ | Resultado |
|---|---|---|
| 1 | 1 [$a^{b/c}$] ( 2 x 1 + 1 ) [=] | |
| 2 | 2 [$a^{b/c}$] ( 2 x 2 + 1 ) [=] | |
| 3 | | |
| 4 | | |
| 5 | | |

Observamos que la fracción algebraica $\frac{n}{2n+1}$, actúa como una máquina procesadora de números, que genera nuevas fracciones.

### Desafíos

En cada caso, determine la fracción algebraica que genera las fracciones de la tabla:

| Tabla1 | | |
|---|---|---|
| $n$ | ¿ … ? | Resultados |
| 1 | | $\frac{2}{3}$ |
| 2 | | $\frac{1}{2}$ |
| 3 | | $\frac{4}{9}$ |
| 4 | | $\frac{5}{12}$ |
| 5 | | $\frac{2}{5}$ |

| Tabla2 | | |
|---|---|---|
| $n$ | ¿ … ? | Resultados |
| 1 | | $\frac{1}{2}$ |
| 2 | | $\frac{4}{3}$ |
| 3 | | $\frac{9}{4}$ |
| 4 | | $\frac{16}{5}$ |
| 5 | | $\frac{25}{6}$ |

# Hora de practicar lo aprendido

(Desarrolle en su cuaderno)

1) Rocío comienza a trabajar en una empresa de informática. La fórmula que calcula el número de computadores que arma en función del tiempo viene dada por:

$$C = \frac{6t}{t+5}$$

$C$ : Número de computadores.

$t$ : Días.

a) ¿Cuántos computadores arma el primer día?
b) ¿Cuántos computadores arma el quinto día?
c) ¿Y en el décimo día?
d) ¿Qué día armara 5 computadores?
e) Al cabo de 2 meses, ¿cuántos computadores armará?

2) En una ciudad se hace un censo inicial y se sabe que el número de habitantes evoluciona según la función:

$$P = \frac{t^2 + 500t + 2.500}{(t+50)^2}$$

$P$ : Número de habitantes en millones

$t$ : Número de años transcurridos desde que se hace el censo.

a) ¿Cuántos habitantes hay cuando se realiza el censo inicial?
b) ¿Cuántos habitantes habrá dentro de 5 años?
c) ¿Cuántos habitantes habrá dentro de 10 años?
d) ¿Cuántos habitantes habrá dentro de 30 años?
e) ¿Y al cabo de 50 años?
f) ¿Cómo evoluciona la población con el paso del tiempo?

3) Los beneficios o pérdidas de una empresa vienen dados por la expresión:

$$B = \frac{5t^2 - 20}{t^2 + 4}$$

$B$ : Beneficios o pérdidas de una empresa en millones de pesos.

$t$ : Número de años que lleva funcionando.

a) Calcula los beneficios o las pérdidas en el 1$^{er}$, 2$^{do}$ y 3$^{er}$ años.
b) ¿Cuáles serán los beneficios o pérdidas al cabo de 10 y 30 años?
c) ¿Cómo evolucionan los beneficios o pérdidas de la empresa a través del tiempo?

4) Desarrolle las actividades de la página 73 del texto de matemática Santillana.