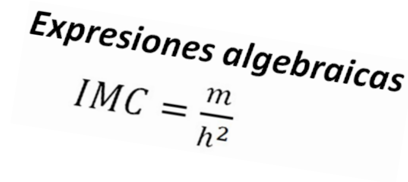
# Guía 4

# Formalizando conceptos y procedimientos algebraicos

| | |
|---|---|
| Nombre | |
| Curso | 1° Año Medio A – B – C – D |
| Capacidad | Resolver Problemas |
| Destreza | Analizar |
| Valor | Colaboración |
| Actitud | Constancia |




**Aprendizajes Esperados**

Identificar patrones en multiplicaciones de expresiones algebraicas no fraccionarias.

El propósito de esta guía de trabajo es formalizar los conceptos y procedimientos que has utilizado en las clases anteriores. La Matemática, al igual que otras ciencias, también posee definiciones y métodos de trabajo que son propios de su quehacer.

## Definiendo conceptos algebraicos

Considere las siguientes fórmulas utilizadas en diferentes ámbitos de la ciencia y tecnología:

**Nutrición y Dietética**

$$IMC = \frac{m}{h^2}$$

Índice de masa corporal que establece una relación entre la masa y estatura de una persona.

**Física**

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot t^2$$

Fórmula que describe el movimiento de un cuerpo en una línea recta con aceleración constante.

**Economía**

$$P_f = C_i \cdot [1 + \frac{i}{100}]^n$$

Fórmula de interés compuesto que relaciona dos capitales, uno inicial y otro final, de acuerdo con una tasa de interés y períodos de depósito.

En las fórmulas anteriores las letras utilizadas se relacionan mediante operaciones matemáticas, tales como adición, sustracción, multiplicación, división, potencia, etc.

A partir de las expresiones que forman parte de estas fórmulas, definiremos una serie de conceptos algebraicos tales como: expresión algebraica, término algebraico, monomio, binomio, etc.

## Expresión algebraica

Una expresión algebraica corresponde a un programa de cálculo en el que intervienen números racionales y letras que representa a determinados números.

Ejemplos

a) En la fórmula del IMC, la fracción $\frac{m}{h^2}$ constituye una expresión algebraica, ya que corresponde a un programa de cálculo en que la masa de una persona se divide por el cuadrado de su estatura.

b) Del mismo modo, el programa de cálculo $x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot t^2$, también es una expresión algebraica, debido a que en ella intervienen letras y números relacionadas por: dos adiciones, dos multiplicaciones y una potencia.

c) Explique la razón por la que $C_i \cdot [1 + \frac{i}{100}]^n$ es una expresión algebraica.

d) Escriba otra expresión algebraica que Usted conozca.

## Describiendo números especiales

Una de las utilidades de las expresiones algebraicas es que permiten describir distintos tipos de números.

Ejemplo

Si $n$ representa a un número entero, entonces:

a) $n + 1$ representa al sucesor de $n$.
b) $2 \cdot n$ designa a un número par.
c) $2 \cdot n + 1$ corresponde a un número impar.
d) $n^3$ el cubo de $n$.

Si $n$ representa a un número entero, completar la siguiente tabla:

| | |
|---|---|
| $5 \cdot n$ | |
| $2 \cdot n - 1$ | |
| $n - 1$ | |
| $n^2$ | |

## Término algebraico

Es una expresión algebraica que relaciona a un número con un conjunto de letras mediante las operaciones de multiplicación o división. El número se denomina parte numérica y el conjunto de letras parte literal.

Ejemplo

a) La expresión $\frac{1}{2} \cdot t^2$ de la fórmula de Física, constituye un término algebraico, debido a que el número $\frac{1}{2}$ y la letra $t$ se relacionan mediante multiplicaciones. La parte numérica es $\frac{1}{2}$ y la parte literal $t^2$.

b) La fracción $\frac{m}{h^2}$ del IMC es un término algebraico, ya que las letras, $m$ y $h$, se relacionan por una división y una potencia que implica una multiplicación. Como $\frac{m}{h^2} = m \cdot h^{-2} = 1 \cdot m \cdot h^{-2}$, la parte numérica es 1 y la parte literal $m \cdot h^{-2}$.

c) Otro ejemplo de término algebraico, es parte de la fórmula de interés compuesto $\frac{i}{100}$. En esta expresión la letra $i$ y el número 100 se relacionan mediante una división. Además, como $\frac{i}{100} = \frac{1}{100} \cdot i$, la parte numérica es $\frac{1}{100}$ y la parte literal $i$.

## Clasificación de las expresiones algebraicas

Los signos más (+) y menos (-) de una expresión algebraica, la separan en términos algebraicos.

De acuerdo con la cantidad de términos, las expresiones algebraicas se clasifican como:

| Cantidad de términos | Clasificación | Ejemplos |
|---|---|---|
| 1 término | Monomio | $\frac{m}{h^2}$ $\quad v_0 \cdot t$ $\quad \frac{1}{2} \cdot t^2$ |
| 2 términos | Binomio | $1 + \frac{i}{100}$ $\quad x_0 + v_0 \cdot t$ |
| 3 términos | Trinomio | $x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot t^2$ |
| 4 o más términos | Multinomio | $4x^3 - x^2 - 2x + 6$ |

Inventa un ejemplo de cada tipo de expresión algebraica.

# Definiendo procedimientos algebraicos

**Reducir** una expresión algebraica consiste en escribirla de una manera más sencilla.

Ejemplos

En cada caso, reducir la expresión algebraica y justificar las propiedades utilizadas.

a) Paso 1 $A = 2x - 3 - (4x + 5) + 2 \cdot (3x - 7) + x$

Paso 2 $A = 2x - 3 - 4x - 5 + 6x - 14 + x$

Paso 3 $A = 5x - 22$

Justificación:

- Del paso 1 al 2, se aplicó la propiedad distributiva de la multiplicación por sobre la adición en los números racionales. O más simplemente, propiedad distributiva.
- Del paso 2 al 3, se sumaron o restaron los términos semejantes.

b) Paso 1 $M = 2x - [5y - (7x - 3y) - 3 \cdot (x + 2y)] - 5y$

Paso 2 $M = 2x - [5y - 7x + 3y - 3x - 6y] - 5y$

Paso 3 $M = 2x - 5y + 7x - 3y + 3x + 6y - 5y$

Paso 4 $M = 12x - 2y$

Justificación:

- Del paso 1 al 2, se aplicó la propiedad distributiva para resolver los paréntesis redondos.
- Del paso 2 al 3, también se utilizó la propiedad distributiva para resolver el paréntesis cuadrado.
- Del paso 3 al 4, se sumaron o restaron los términos semejantes.

## Hora de practicar lo aprendido

Reducir las siguientes expresiones algebraicas:

a) $-\{-9x - [3y - (5x - 6y) + 2x] - x\} - 10x$

b) $-[2x + 3 \cdot \{2y - (-x + 4y - 3z)\} - 4x + 5y] - 4z$

c) $2m + 2 \cdot (-x - \{5m - 2 \cdot [3y - m] + x\} - 2m) - 5y$

d) $2y^2 - 3y - \{2y - 3 \cdot [-2y^2 + 3 \cdot (2y^2 - 2y - 7)]\} - y$

e) $-[3y^2 - (2xy - y^2) + 10x] - \{-3x^2 - (x - 8xy) - 11y\} - 7x^2$

f) $m^2 - 3 \cdot [1 - (m^3 + 8m - 1) - \{2 - m^3 + 2m^2\} - 13m]$

g) $-2xy - \{3x - [-y + (4x - y - 5xy)]\} + 8x - xy$

h) $-[3y - \{8xy - (2x - 3y) - (xy - 9x)\} + 6x] - 2x$

**Desarrollar** una expresión algebraica consiste en transformar un <u>producto</u> en una <u>suma</u>.

<u>Ejemplos</u>

En cada caso, desarrollar la expresión algebraica y justificar las propiedades utilizadas.

a) Paso 1 $R = 5 \cdot (3x^3 - 9x^2 + 7x - 3)$ Producto

Paso 2 $R = \mathbf{5} \cdot 3x^3 - \mathbf{5} \cdot 9x^2 + \mathbf{5} \cdot 7x - \mathbf{5} \cdot 3$

Paso 3 $R = 15x^3 - 45x^2 + 35x - 15$ Suma

Justificación:

- Del paso 1 al 2, se aplicó la propiedad distributiva.
- Del paso 2 al 3, se multiplicó el 5 por cada monomio.

b) Paso 1 $T = 2 \cdot (4x^3 - 9x^2 + 5x - 1) - 6 \cdot (2x^3 + 8x - 2)$ Productos

Paso 2 $T = \mathbf{2} \cdot 4x^3 - \mathbf{2} \cdot 9x^2 + \mathbf{2} \cdot 5x - \mathbf{2} \cdot 1 - \mathbf{6} \cdot 2x^3 - \mathbf{6} \cdot 8x + \mathbf{6} \cdot 2$

Paso 3 $T = 8x^3 - 18x^2 + 10x - 2 - 12x^3 - 48x + 12$

Paso 4 $T = -4x^3 - 18x^2 - 38x + 10$ Suma

Justificación:

- Del paso 1 al 2, se aplicó la propiedad distributiva.
- Del paso 2 al 3, se multiplicó por 2 y por 6.
- Del paso 3 al 4, se sumaron o restaron los términos semejantes.

## Hora de practicar lo aprendido

Desarrollar las siguientes expresiones algebraicas:

a) $C = 8 \cdot (-2x^3 + 5x^2 - 7x + 10)$

b) $F = -3 \cdot (-5x^3 - 7x^2 + 9x - 2)$

c) $H = -1 \cdot (4x^3 - 6x^2 + 12x - 3)$

d) $M = 5 \cdot (7x^3 - x^2 + 8x - 3) - 2 \cdot (2x^3 + 5x^2 - 8x - 10)$

e) $J = -3 \cdot (5x^3 - 3x^2 + x - 4) + 2 \cdot (x^3 - 3x^2 - 5x)$

f) $P = 6 \cdot (-3x^2 + 2x - 1) + 5 \cdot (8x^3 + 3x^2 - 9) - 7 \cdot (x^3 - 3x - 1)$

g) $Q = -5 \cdot (-x^3 - 3x - 2) - 9 \cdot (2x^3 + 4x^2 - 9x - 1) - 8 \cdot (2x^3 - 2x - 2)$

h) $T = -1 \cdot (8x^3 - 10x^2 - 7x - 3) - 4 \cdot (5x^3 - x - 1) - 7 \cdot (-2x^3 + 3x^2 - 2x + 8)$

i) $U = -3 \cdot (2x^2 - x - 7) - 3 \cdot (2x^2 + 10x - 1) + 9 \cdot (2x^2 - 5x - 3)$

**Factorizar** una expresión algebraica consiste en transformar una suma en un producto.

Ejemplos

En cada caso, factorizar la expresión algebraica y justificar las propiedades utilizadas.

c) Paso 1 $R = 10x^2 + 8x - 6$ Suma

Paso 2 $R = \mathbf{2} \cdot 5x^2 + \mathbf{2} \cdot 4x - \mathbf{2} \cdot 3$

Paso 3 $R = 2 \cdot (5x^2 + 4x - 3)$ Producto

Justificación:
- Del paso 1 al 2, se factorizaron los números 10, 8 y 6.
- Del paso 2 al 3, se aplicó la propiedad distributiva en sentido inverso.

d) Paso 1 $T = 30x^3 - 36x^2 + 18x - 12$ Suma

Paso 2 $T = \mathbf{6} \cdot 5x^3 - \mathbf{6} \cdot 6x^2 + \mathbf{6} \cdot 3x - \mathbf{6} \cdot 2$

Paso 3 $T = 6 \cdot (5x^3 - 6x^2 + 3x - 2)$ Producto

Justificación:
- Del paso 1 al 2, se factorizaron los números 30, 36, 18 y 12; de modo que el factor común (6) sea el máximo común divisor de éstos números.
- Del paso 2 al 3, se aplicó la propiedad distributiva en sentido inverso.

## Hora de practicar lo aprendido

Factorizar las siguientes expresiones algebraicas:

a) $C = 40x - 24$

b) $F = 15x^3 - 21x^2 + 9x - 6$

c) $H = 20x^3 - 12x^2 + 24x - 32$

d) $M = -18x^3 - 36x^2 + 12x - 24$

e) $K = -35x^3 - 28x^2 + 21x - 14$

f) $D = 27x^2 + 36x - 18$

g) $L = -40x^2 + 24x - 16$

h) $S = 36x^2 + 24x - 48$

i) $T = 45x^2 + 30x - 60$

j) $R = 45x^3 + 9x - 27$

## Caso particular de los polinomios

Los polinomios son un caso muy especial de multinomios, ya que éstos están ordenados según la variable y orden descendente (o ascendente) de sus exponentes.

Por ejemplo, el polinomio $P(x) = -3x^3 - 2x^2 + 8x - 5$ representa a un programa de cálculo, por lo tanto, es un multinomio de cuatro términos. Pero se caracteriza por estar ordenado según el orden descendente de sus exponentes.