

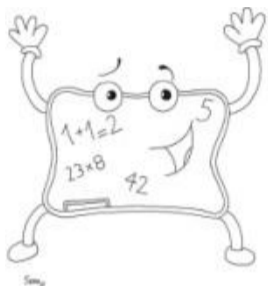


Guía 6

Problemas con enunciado

Nombre	
Curso	8° Año Básico A - B - C
Capacidad	Razonar matemáticamente
Destreza	Comparar
Valor	Colaboración
Actitud	Constancia

$$A = 2x^2 - 5x - 7$$



En esta guía estudiaremos una estrategia algebraica para resolver muchos problemas y desafíos numéricos, la cual se basa en las ecuaciones de primer grado. A medida que avances en el estudio de las Matemáticas y otras disciplinas, necesitarás métodos más elaborados para comprender una serie de conceptos, propiedades y descripción de fenómenos. Las ecuaciones y la resolución de problemas constituyen una herramienta fundamental de análisis.

Aprendizaje Esperado
 Traducen situaciones que requieren de una solución matemática a expresiones algebraicas adecuadas que permitan encontrar una solución.

Resolviendo problemas

A continuación se presenta un conjunto de desafíos para ser resueltos por el método que tú consideres adecuado, pero luego se proponen dos soluciones: una basada en esquemas y otra en ecuaciones:

1) Números pares consecutivos

Los números 10, 12, 14 y 16 son pares y consecutivos; en cambio, los números 20, 24, 30 y 48 son pares, pero no consecutivos. ¿Por qué? Explique.

Grid for writing an answer to the first question.

¿Cuál es la suma de los números pares consecutivos 18, 20 y 22?

Grid for writing an answer to the second question.

Se tienen cinco números pares consecutivos, donde el primero de ellos es 10, ¿cuánto suman estos números?

Grid for writing an answer to the third question.

Determine tres números pares consecutivos que sumen 78.

Grid for writing an answer to the fourth question.



Método de esquemas

“Determine tres números pares consecutivos que sumen 78”.

<p><u>Paso 1</u></p> <p>Como los números pares consecutivos están en orden creciente, usaremos tres rectángulos de longitud también creciente.</p>	
<p><u>Paso 2</u></p> <p>El rectángulo correspondiente al 2° par, se sustituye por el rectángulo del 1° par más dos unidades. Del mismo modo, el rectángulo que representa al 3° par se sustituye por el rectángulo del 1° par más 4 unidades.</p>	
<p><u>Paso 3</u></p> <p>Se reordenan los rectángulos anteriores, dejando para el final los que representan a las cantidades conocidas 2 y 4. Como estos últimos suman 6, deducimos que los tres rectángulo del 1° par suman 72, y así, concluimos que el primer par debe ser $72 : 3 = 24$.</p>	
<p><u>Respuesta:</u> los números pares consecutivos que suman 78 son: 24, 26 y 28.</p>	

Método de ecuaciones

“Determine tres números pares consecutivos que sumen 78”.

<p><u>Paso 1</u></p> <p>Suponiendo que x designa al 1° par, entonces $(x + 2)$ representa al 2° par y $(x + 4)$ al 3° par. Como la suma de los tres números es 78, entonces escribimos la ecuación correspondiente.</p>	$x + (x + 2) + (x + 4) = 78$
<p><u>Paso 2</u></p> <p>Resolvemos la ecuación.</p>	$\begin{aligned} x + x + 2 + x + 4 &= 78 \\ 3x + 6 &= 78 \\ 3x + 6 - 6 &= 78 - 6 \\ 3x &= 72 \\ x &= 24 \end{aligned}$
<p><u>Respuesta:</u></p> <p>1° par = 24 2° par = $24 + 2 = 26$ 3° par = $24 + 4 = 28$</p>	

Practicando lo aprendido

Resuelve (en tu cuaderno) los siguientes problemas mediante los métodos de esquemas y ecuaciones:

- 1) Cuatro números impares consecutivos suman 96, ¿cuáles son estos números?
- 2) Cinco números enteros consecutivos suman 160, determine estos números.
- 3) Carlos sumó tres números consecutivos que son múltiplos de 7 y obtuvo como resultado 126. ¿Cuáles son estos números?
- 4) Determine cuatro números consecutivos que son múltiplos de tres y que suman 126.

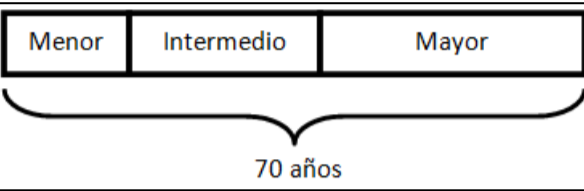

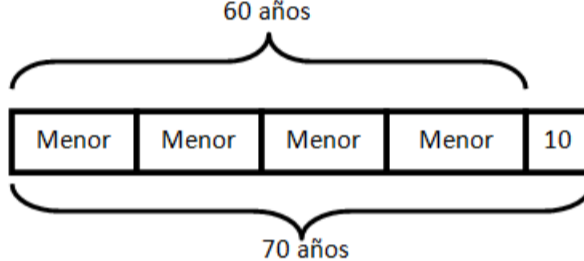


II) Problemas de edades

De las edades de tres hermanos se sabe que el mayor tiene el doble de edad que el menor, y que el hermano de edad intermedia, tiene 10 años más que el menor. ¿Cuál es la edad de cada uno si la suma de sus edades es 70 años?



Método de esquemas

<p><u>Paso 1</u></p> <p>Se representan las edades de los tres hermanos con rectángulos de distinta longitud (orden ascendente según las edades).</p>	
<p><u>Paso 2</u></p> <p>Los rectángulos de las edades de los hermanos mayores, se sustituyen por el rectángulo de la edad del menor según la información del problema.</p>	
<p><u>Paso 3</u></p> <p>Se reordenan los rectángulos de manera que los que representan a la edad del menor queden juntos y el de 10 años al final. Se concluye que los cuatro rectángulos (menor) suman 60 años. La edad del menor será de $60 : 4 = 15$ años.</p>	
<p><u>Respuesta:</u> el menor tiene 15 años, el intermedio 25 años y el mayor 30 años.</p>	

Método de ecuaciones

<p><u>Paso 1</u></p> <p>Suponiendo que x designa a la edad del menor, entonces $(x + 10)$ representa la edad del hermano intermedio y $(2x)$ la edad del mayor. Como la suma de las tres edades es 70, entonces escribimos la ecuación correspondiente.</p>	$x + (x + 10) + (2x) = 70$
<p><u>Paso 2</u></p> <p>Resolvemos la ecuación.</p>	$\begin{aligned} x + (x + 10) + (2x) &= 70 \\ x + x + 10 + 2x &= 70 \\ 4x + 10 &= 70 \\ 4x + 10 - 10 &= 70 - 10 \\ 4x &= 60 \\ x &= 15 \end{aligned}$
<p><u>Respuesta:</u></p> <p>Hermano menor = 15 años Hermano menor = 25 años Hermano menor = 30 años</p>	



Practicando lo aprendido

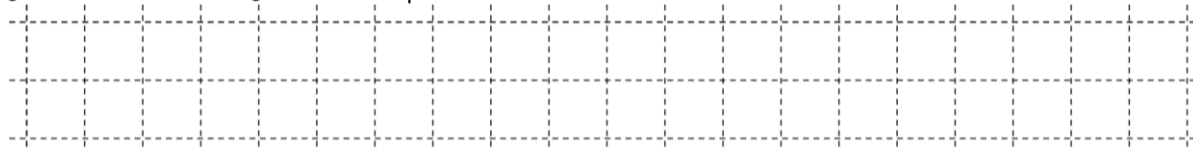
Resuelve (en tu cuaderno) los siguientes problemas mediante los métodos de esquemas y ecuaciones:

- 1) Las edades de un Padre y sus dos hijos suman 78 años. Si la edad del papá es el triple de la edad del hijo menor y el mayor tiene 3 años más que su hermano, ¿qué edad tiene cada uno?
- 2) La suma de las edades de una madre y sus tres hijas es 49 años. Si la mamá tiene 6 veces la edad de cada una de las hermanas menores, las cuales son gemelas, y la hermana mayor tiene 4 años más que sus otras dos hermanas. ¿Qué edad tiene cada una?
- 3) La señora Lucía le pregunta a su amiga, la Sra. Gloria: ¿cuántos hijos tiene Usted? Ella le responde que tiene cuatro hijos y que los mayores son mellizos. Además, le dice que los dos hijos menores nacieron con dos años de diferencia, pero que los mayores tienen el doble de la edad del menor. Por último, agrega que la suma de las edades de sus cuatro hijos es 38 años. ¿Qué edad tiene cada uno de los hijos de la señora Gloria?
- 4) En una familia, la suma de las edades de los padres y sus tres hijos es 120 años. Se sabe que los dos hermanos mayores son gemelos, que el papá tiene 4 años más que la mamá y, que los gemelos y el menor, nacieron con 4 años de diferencia. ¿Qué edad tiene cada uno de los integrantes de esta familia?

III) Ángulos en triángulos

En un triángulo cualquiera, uno de sus ángulos interiores mide 40° . El segundo ángulo interior es el triple del tercero. ¿Cuánto miden estos dos ángulos?

¿Cómo lo resolverías? ¿Cuál es tu respuesta?



Método de esquemas

<p><u>Paso 1</u></p> <p>De acuerdo con los datos del problema, los ángulos se representan con tres rectángulos de distintas longitudes, pero recordando que la suma de los tres ángulos interiores de un triángulo, suman 180°.</p>	
<p><u>Paso 2</u></p> <p>El rectángulo correspondiente al tercer ángulo, se reemplaza por tres rectángulos iguales a los de segundo ángulo. Se concluye que cuatro rectángulos equivalentes al 2° ángulo, equivalen a 140°, luego este ángulo mide: $140^\circ : 4 = 35^\circ$</p>	
<p><u>Respuesta:</u> los ángulos miden 35° y 140°.</p>	



Método de ecuaciones

<p><u>Paso 1</u></p> <p>Suponiendo que x designa la medida del segundo ángulo, entonces $(3x)$ representa la medida del tercer ángulo. Como la suma de los tres ángulos es 180°, escribimos la ecuación correspondiente.</p>	$40^\circ + x + (3x) = 180^\circ$
<p><u>Paso 2</u></p> <p>Resolvemos la ecuación.</p>	$40^\circ + 4x = 180^\circ$ $40^\circ + 5x - 40^\circ = 180^\circ - 40^\circ$ $4x = 140^\circ$ $x = 35^\circ$
<p><u>Respuesta:</u></p> <p>2° ángulo = 35° 3° ángulo = 105°</p>	

Practicando lo aprendido

Resuelve (en tu cuaderno) los siguientes problemas mediante los métodos de esquemas y ecuaciones:

- 1) En un triángulo cualquiera, de los ángulos interiores se sabe que la medida del mayor es cuatro veces de la del menor y que el ángulo intermedio mide 60° más que el menor, ¿cuál es la medida de estos ángulos?
- 2) En un triángulo isósceles, uno de los ángulos interiores iguales mide el doble que el ángulo interior distinto, ¿cuánto miden estos ángulos?
- 3) En un triángulo, las medidas del ángulo mayor y del ángulo intermedio, son el triple y el doble del ángulo menor, respectivamente. ¿Cuál es la medida de estos ángulos interiores? ¿De qué triángulo se trata?
- 4) En un triángulo cualquiera, el ángulo intermedio mide 10° menos que el mayor, pero 10° más que el menor. Si estos ángulos son interiores, ¿cuál es la medida de cada uno?

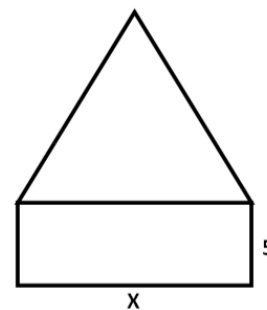
Desafíos para ser resueltos mediante Ecuaciones

- 1) Un halcón posado en la rama de un árbol observa el paso de una bandada de palomas y les dice: "¡Adiós, cien palomas!", saludo al que las palomas responden: "se equivoca, señor halcón, no somos cien. Nosotras, más otras tantas como nosotras, más el doble, más el triple, más cuatro veces nosotras y más Ud., señor halcón, somos cien". ¿Cuántas palomas había en la bandada?



- 2) Escribe la ecuación que permite a María saber el número que está pensando Raúl:
"Raúl le dice a María: Adivina el número que estoy pensando, las pistas son: a ese número le agregó 1 y luego multiplico el resultado por 5 y se obtiene -30".
¿Cuál es el número?

- 3) En la figura que se muestra a continuación, el triángulo es equilátero. ¿Cuál es el valor de x de manera que el perímetro del triángulo sea el mismo que el perímetro del rectángulo?
¿Cuál es el perímetro del triángulo?
¿Qué relación tiene el lado de mayor longitud del rectángulo con el lado del triángulo equilátero?



- 4) Marisol está calculando la nota que necesita para obtener un promedio 6,3 y así eximirse del examen final. Sólo le falta una nota para cerrar el promedio y sus notas hasta el momento son: $5,8 - 6,5 - 6,2 - 6,8 - 6,7 - 5,7$
¿Cuál es la nota que necesita para obtener el promedio deseado?



- 5) Otro compañero le pide ayuda a Marisol para calcular la nota que él debería obtener para alcanzar el mismo promedio de 6,3. Le dice que hasta el momento, el promedio de las 6 notas corresponde a un 6,1, por lo que él cree que debería ser un 6,4. ¿Qué le responde Marisol?
- 6) En la siguiente tabla, debes leer, cuidadosamente, los enunciados de los problemas de la columna A, y luego decidir qué ecuaciones de la columna B, resuelven algunos de los problemas analizados. Algunos de los problemas pueden ser resueltos con una misma ecuación y puede haber situaciones que no tengan una ecuación que les corresponda.

Columna A	Columna B
1. ¿Cuál es la edad de Felipe si se sabe que el doble de su edad más 5 años es lo mismo que 31 años?	
2. José tiene 2 sobres de láminas de 5 en cada uno, más algunas sueltas. Si en total se juntan 31 láminas, ¿cuántas corresponden a láminas sueltas?	$2x + 5 = 31$
3. La mamá de una familia recibe un premio especial en dinero y decide regalar el 31% de éste distribuyéndolo así: a cada uno de sus 2 hijos les entrega el 5% y a su marido el resto. ¿Qué % del dinero destinado al regalo recibe su marido?	$31 - 5 = x$
4. Fernanda obtuvo 31 puntos en su prueba. Al revisar el puntaje lo único que logra saber es que por cada una de 5 preguntas obtiene 2 puntos, pero desconoce cuántos puntos alcanzó en el ítem de desarrollo. ¿Cuánto vale ese ítem?	$31 = (2 \cdot 5) + x$
5. Federico logró vender 31 boletos de rifa, que corresponden a 2 talonarios completos y 5 boletos más. ¿Cuántos boletos traía cada talonario?	

(Tabla extraída desde Programa de Estudio 8° Básico, Mineduc, 2004)

- 7) Francisca corrió 1,2 Km más que el doble de lo que corrió Pedro. ¿Cuántos metros corrió Pedro, sabiendo que Francisca corrió 5,4 Km?
- 8) Un rectángulo tiene un largo que es el cuádruple de su ancho, si su perímetro es de 80 cm, ¿cuánto mide el largo?
- 9) Dos canastos contienen igual cantidad de limones, algunos de ellos están dentro de bolsas y otros sueltos. Además, cada una de las bolsas contiene la misma cantidad de limones. Si en el primer canasto hay 7 bolsas y 8 limones sueltos, y en el segundo canasto, hay 3 bolsas y 32 limones sueltos, ¿cuántos limones hay en cada bolsa?