Guía 8

Productos notables

Nombre	
Curso	1° Año Medio A – B – C – D
Capacidad	Resolver Problemas
Destreza	Analizar
Valor	Colaboración
Actitud	Constancia

$a^3 - b^3$ $\quad (a+b)(a-b)$

$(a+b)^3$ $\quad a^3 + b^3$

$(a+b)^2$

Aprendizajes Esperados

Identificar patrones en multiplicaciones de expresiones algebraicas no fraccionarias.

El objetivo de esta guía es que conozcas ciertos productos especiales, llamados ***Notables***, los cuales aparte de ser resueltos por la propiedad distributiva, pueden resolverse por reglas especiales que facilitan su reducción. Además, estos productos notables los encontrarás frecuentemente en el estudio del Álgebra.

Estudiaremos los siguientes productos notables:

a) Cuadrado de un binomio.
b) Cubo de un binomio.
c) Suma por diferencia.
d) $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ y $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Cuadrado de un binomio $(a+b)^2$

Ahora deberás descubrir el procedimiento que permite desarrollar un cuadrado de binomio, para ello, observa atentamente el siguiente ejemplo:

$$A = (2x-5)^2$$
$$A = (2x-5)(2x-5)$$
$$A = 4x^2 - 10x - 10x + 25$$
$$A = 4x^2 - 20x + 25$$

Al igual que el ejemplo, desarrolla los siguientes cuadrados de binomio:

1) $B = (3x+7)^2$

2) $C = (5x-4)^2$

3) $D = (9x-1)^2$

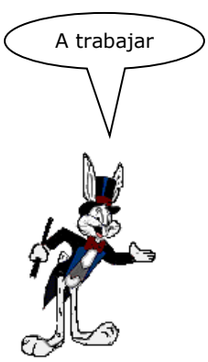
4) $E = (8x+3)^2$

Busca la forma en la que resolverías los cuadrados de binomio anteriores, pero saltándose los dos pasos intermedios, es decir, obtener directamente el desarrollo final. Redacta tus conclusiones.

Junto a tus compañeros y profesor, discutan y acuerden un procedimiento para resolver un cuadrado de binomio.

Practicando los aprendido

1) Aplicando la fórmula encontrada desarrolle los siguientes cuadrados de binomio y <u>compruebe</u>:



a) $(-5y - 7)^2$

b) $(4a + 1)^2$

c) $(2xy - 6)^2$

d) $(m - 2)^2$

e) $(-x + 2)^2$

f) $(2x^2 – 5x)^2$

g) $(2xy – 7y^3)^2$

h) $(1 – x^3)^2$

i) $(5 + 2x)^2$

j) $(-1 + y)^2$

k) $(-3y - 5)^2$

l) $(4a - 1)^2$

m) $(2x – 6y)^2$

n) $(m - 7)^2$

o) $(-x + 8)^2$

p) $(3x^2 – 4x)^2$

q) $(2xy – 9y^3)^2$

r) $(1 – 2x^3)^2$

s) $(3 + 11x)^2$

t) $(-1 - y)^2$

2) Completar los siguientes desarrollos de cuadrado de un binomio:

a) (……. …….)^2 = $25x^2 – 30x$ …….

b) (……. …….)^2 = ……. – 12x + 1

c) (……. …….)^2 = $49x^2 – 14xy$ …….

d) (……. …….)^2 = ……. – 20x + 4

e) (……. …….)^2 = $81x^2 – 18x$ …….

f) (……. …….)^2 = ……. – 20x + $4x^2$

g) (……. …….)^2 = $49x^2 + 28x$ …….

h) (……. …….)^2 = $64x^2$ + ……. + 25

i)(……. …….)^2 = x^2 + ……. + 49

j)(……. …….)^2 = $25x^2 – 30x$ …….

Cubo de un binomio $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^{\mathbf{3}}$

Al igual que en el cuadrado de binomio, el propósito de esta actividad es que descubras el procedimiento para desarrollar un cubo de binomio. Observa cuidadosamente el siguiente ejemplo:

$$A = (5x-2)^3$$
$$A = (5x-2)(5x-2)^2$$
$$A = (5x-2)(25x^2-20x+4)$$
$$A = 125x^3-100x^2+20x-50x^2+40x-8$$
$$A = 125x^3-150x^2+60x-8$$

Al igual que el ejemplo, desarrolla los siguientes cubos de binomio:

1) $B = (3x+2)^3$

2) $C = (4x-3)^3$

3) $D = (5x-1)^3$

4) $E = (4x+5)^3$

Busca la forma en la que resolverías los cubos de binomio anteriores, pero saltándose los tres pasos intermedios, es decir, obtener directamente el desarrollo final. Redacta tus conclusiones.

Junto a tus compañeros y profesor, discutan y acuerden un procedimiento para resolver un cuadrado de binomio.

Practicando los aprendido

Aplicando la fórmula encontrada desarrolle los siguientes cubos de binomio:

a) $(y - 7)^3$

b) $(4a + 1)^3$

c) $(m - 2)^3$

d) $(-x + 2)^3$

e) $(2x^2 – 5x)^3$

f) $(1 – x^3)^3$

g) $(5 + 2x)^3$

h) $(-1 + y)^3$

i) $(-3y - 1)^3$

l) $(4a - 1)^3$

m) $(m - 7)^3$

n) $(-x + 8)^3$

o) $(3x^2 – 4x)^3$

p) $(1 – 2x^3)^3$

q) $(3 + x)^3$

r) $(-1 - y)^3$

Suma por diferencia $(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})$

Este producto se caracteriza porque uno de los binomios es la suma de dos términos algebraicos y el otro es la diferencia de los mismos términos.

Desarrolla aplicando la propiedad distributiva y luego reduce los términos semejantes:

1) $B = (7x + 3)(7x - 3)$

2) $C = (6x - 8)(6x + 8)$

3) $D = (9x - 1)(9x + 1)$

4) $E = (3x + 4)(3x - 4)$

Busca la forma en la que resolverías las sumas por diferencias anteriores, pero saltándose los dos pasos intermedios, es decir, obtener directamente el desarrollo final. Redacta tus conclusiones.

Junto a tus compañeros y profesor, discutan y acuerden un procedimiento para resolver un cuadrado de binomio.

Practicando los aprendido

1) Aplicando el procedimiento encontrado anteriormente, desarrolle los siguientes productos:

a) (5x + 3)(5x - 3)
b) (3y + 7)(3y - 7)
c) (2x - 3)(2x + 3)
d) (5y + 2)(5y - 2)
e) (x + 3)(x - 3)
f) (4m - 8)(4m + 8)
g) (5y - 7)(5y +7)
h) (x + 9)(x - 9)
i) (2a - 5)(2a + 5)
j) (7m + 3)(7m - 3)

2) Completar los siguientes productos:

a) (..... .....)(..... .....) = $4x^2 – 100$
b) (..... .....)(..... .....) = $81x^2 – 1$
c) (..... .....)(..... .....) = $25x^2 - 36$
d) (..... .....)(..... .....) = $x^2 – 121$
e) (..... .....)(..... .....) = $x^2 – 4$
f) (..... .....)(..... .....) = $144x^2 - 1$

Productos $(a + b)(a^2 – ab + b^2)$ y $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Resuelva los siguientes productos aplicando la propiedad distributiva y posteriormente reduzca los términos semejantes:

1) $(x+5)(x^2-5x+25)$

2) $(2x+3)(4x^2-6x+9)$

3) $(x-3)(x^2+3x+9)$

4) $(5x-3)(25x^2+15x+9)$

Busca la forma en la que resolverías los productos anteriores, pero saltándose el paso intermedio, es decir, obtener directamente el desarrollo final. Redacta tus conclusiones.

Junto a tus compañeros y profesor, discutan y acuerden un procedimiento para resolver estos productos estudiados.

Practicando los aprendido

1) Aplicando el procedimiento encontrado anteriormente, desarrolle los siguientes productos:

a) $(4x + 3)(16x^2 – 12x + 9)$

b) $(y + 7)(y^2 – 7y + 49)$

c) $(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$

d) $(5y - 2)(25y^2 + 10y + 4)$

e) $(x + 3)(x^2 – 3x + 9)$

f) $(3m - 1)(9m^2 + 3m + 1)$

g) $(3x - 2)(9x^2 + 6x + 4)$

h) $(4y - 1)(16y^2 + 4y + 1)$

i) $(5y + 2)(25y^2 – 10y + 4)$

j) $(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$

2) Completar los siguientes productos:

a) (..... .....)(..... ....) = $x^3 – 64$

b) (..... .....) (..... ....) = $8x^3 + 125$

c) (..... .....) (..... ....) = $216x^3 – 1$

d) (..... .....) (..... ....) = $x^3 + 1$

e) (..... .....)(..... ....) = $x^3 – 125$

f) (..... .....) (..... ....) = $x^3 + 343$

g) (..... .....) (..... ....) = $64x^3 + 1$

h) (..... .....) (..... ....) = $343x^3 – 1$

3) Desarrollar cada expresión y reducir términos semejantes:

a) $2(x – 3)(x + 5) – (x + 2)^2$

b) $x(x + 6)(x – 6) – (x + 5)^3$

c) $(x – 1)^2 + (x + 4)^2 – 2(x – 1)(x + 1)$

d) $x(x – 4)(x + 6) - (x – 1)(x^2 + x + 1)$

e) $(x + 2)(x^2 – 2x + 4) – x(x – 3)(x + 3)$

f) $(2x – 1)(2x + 5) – (2x – 3)^2$

g) $(x – 5)^3 – (2x + 1)^2 + 3(x - 1)(x + 1)$

h) $3x^2 - [x - \{(x + 3)^2\} – (x – 2)^2] – 5x$

i) $-2\{x^2 - [7 - (x + 2)(x – 2)] – (x – 1)^3\}$

j) $2 + [3x^3 – (x + 4)(x^2 - 4x + 16)] – (2x - 1)^2$

k) $–\{7x^2 – (x - 3)(x + 3)\} + 6(1 – x)^3$

l) $2[5 – (2x – 3)^2] – \{3x – (x + 5)(x - 6)\}$

m) $5x^2 – 2\{3x + [(2x - 3)^3 – (x + 1)(x - 1)]\}$

n) $–\{x^2 – (x + 7)(x - 1)\} – [4x^2 – (5 + 2x)^2]$