

Tres momentos claves de reflexión pedagógica

Fernando Pavez Peñaloza

Liceo San José de Requínoa
Enero de 2012

1) Una clase de los profesores de Matemáticas de Chile en el IUFM de Toulouse¹

Ya llevamos un poco más de dos meses de pasantía en esta hermosa ciudad, Toulouse, Francia. Es lunes 21 de marzo de 2011 y me encuentro en la sala de clases junto a mis 23 compañeros y compañeras de pasantía. Son alrededor de las 9:00 AM y, mientras esperamos la llegada de profesor-formador, revisamos por Internet las noticias de Chile o nuestros contactos personales.

Llega el profesor y junto al traductor, comienza la clase. El tema a tratar se relaciona con la enseñanza del Álgebra. Nos entrega una guía de trabajo titulada: “El Paso hacia el Cálculo Literal y Algebraico”. El propósito es que analicemos situaciones tales como: secuencias de figuras, regularidades geométricas, un problema del ámbito de la aritmética (con ejemplos de soluciones dadas por estudiantes franceses), y por último, los diferentes usos de las letras en el Álgebra. Nos explica el trabajo de la mañana y nos da la primera tarea de reflexión pedagógica: analizar el potencial pedagógico de la situación denominada “Les Allumettes” (Los Cerillos o Palitos de Fósforos).

Situación: Se construye una sucesión de figuras (casas) con palitos de fósforos:

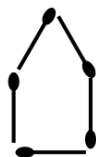


Fig. 1

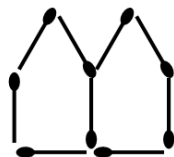


Fig. 2

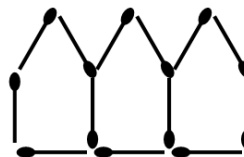


Fig. 3

... etc.

- ¿Cuántos palitos de fósforos se necesitan para formar las figuras N° 4 y N° 10?
- ¿Cuántos palitos se necesitan para formar la figura N° 2007?
- ¿Cómo expresar el número de palitos de una figura cualquiera?

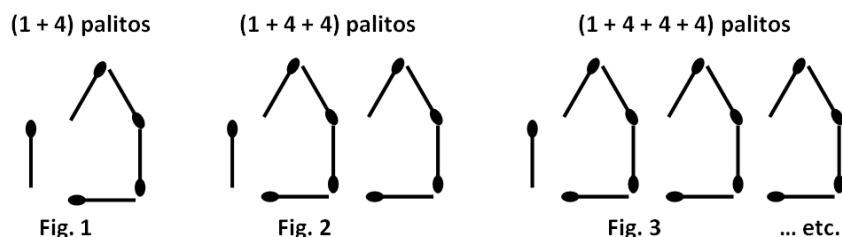
Me parece que es una situación muy familiar, la he trabajado junto a mis estudiantes, por lo menos, en tres cursos: en primer año medio tal como lo describe la situación anterior, en segundo año medio para modelar la función afín y, en el plan diferenciado de cuarto año medio, para contextualizar las progresiones aritméticas.

Al momento de comentar la actividad pido la palabra y explico la forma de trabajar con mis alumnos la situación planteada. Otros compañeros dan su opinión y el profesor pregunta: **qué**

¹ Instituto Universitario de Formación de Maestros. l'IUFM Midi-Pyrénées, Ecole Interne de l'Université de Toulouse II-Le Mirail

estrategia hemos utilizado para dar las respuestas, en especial la (c). Observo que la mayoría de nosotros da la misma respuesta, pero nos hace notar que los estudiantes pueden contar la palitos de múltiples formas. Ante esto le indico que los estudiantes podrían contar con procedimientos como los que se describen a continuación:

Método 1 (El que hemos utilizado la mayoría de nosotros)



La expresión que permite calcular el número de palitos para formar la figura N es: $1 + 4 \cdot N$

Método 2

Palitos	Figuras	Cantidad
1° Vertical a la izquierda		1
Oblicuos superiores		$2 \cdot N$
Verticales derechos y horizontales		$2 \cdot N$
Total de palitos		$4 \cdot N + 1$

Método 3

Palitos	Figuras	Cantidad
Vertical (el izquierdo y los derechos)		$N + 1$
Oblicuos a la derecha		N
Oblicuos a la izquierda		N
Horizontales		N
Total de palitos		$4 \cdot N + 1$

El profesor me indica que está de acuerdo, pero me plantea una pregunta clave:

¿Qué provecho le podemos sacar a esta situación de los palitos de fósforos?

Quedo pensando, pero en ese instante no visualizo que otras ventajas presenta esta situación para el aprendizaje del Álgebra. La clase continúa, seguimos discutiendo el resto de las actividades, y de esta forma, ya es medio día y ha pasado otra mañana de pasantía.

2) Preparando una clase para los Octavos Básicos del Liceo San José de Requínoa

Es un día de trabajo cualquiera del mes de Junio, no recuerdo cual, llevo dos meses desde que volví de la pasantía a Francia. Dentro de mis responsabilidades pedagógicas, está el hacer clases en: 1°A, 2°A, 3° Plan Diferenciado, 4°B Técnico Profesional (Electrónico), 4°C Científico Humanista y 4° Plan Diferenciado. Pero otro desafío que he asumido para este año, lo constituye un proyecto de Aprendizaje de las Matemáticas, dirigido a los octavos años básicos del Liceo. La idea es desarrollar un modelo de aprendizaje matemático que sea coherente con el Proyecto Educativo Institucional, el Marco Curricular Nacional y la Didáctica de las Matemáticas. Junto a la profesora Ethel Pavez, hemos conformado, por más de dos décadas, el Departamento de Matemáticas del Liceo. Hemos tenido la oportunidad de participar en distintas actividades de perfeccionamiento, por ejemplo: pasantías a España y Francia, el Proyecto Enlaces Matemáticas y desarrollo de Experiencias de Aprendizaje de Matemáticas en un contexto Interdisciplinario². De acuerdo con lo anterior, el Liceo nos planteó el desafío de canalizar nuestra experiencia a través de este proyecto.

Desde hace varios días me he planteado la siguiente pregunta: ¿cómo enfrentar el aprendizaje inicial del Álgebra en los cursos de Octavo Básico? En los últimos años, en el nivel de Primer Año Medio, hemos aplicado exitosamente una propuesta para el aprendizaje del Álgebra, basada en la metáfora de las cajas algebraicas. Hemos conversado al interior del departamento y creemos que a la luz de la experiencia adquirida en la pasantía a Francia, es hora de incursionar en otra propuesta. Recuerdo con mucha claridad la pregunta planteada por el profesor francés: ¿qué provecho le podemos sacar a esta situación de los palitos de fósforos? Después de una larga reflexión, creo que la actividad de los palitos de fósforos puede ser una alternativa para comenzar la unidad de Álgebra, de una manera cercana a los estudiantes, en un contexto familiar y lúdico, de modo que genere en ellos actitudes positivas hacia el aprendizaje de las Matemáticas. Otra ventaja que veo en esta propuesta, es iniciar la unidad sin dar definiciones, procedimientos y reglas algebraicas. La idea central, es darles una oportunidad a los estudiantes de enfrentarse a una situación familiar, desde donde emerjan naturalmente, las expresiones algebraicas básicas, la idea de reducción de términos semejantes y uso de algunos acuerdos de la notación algebraica.

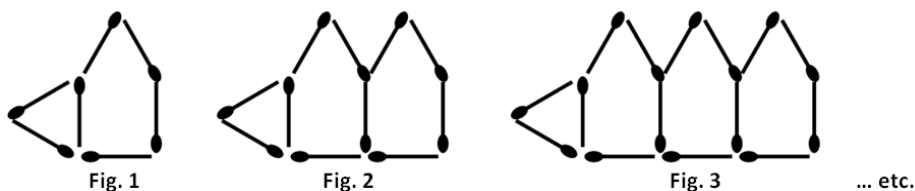
² Páginas Didácticas 8 - Primer Semestre 2002- Mineduc.

Proyecto del Ministerio de Educación de Chile, DVD-Rom titulado: "Interdisciplinariedad, una mirada desde la Enseñanza Técnico-Profesional"

Comienzo a diseñar las guías para el proyecto de Octavo Básico, pero me doy cuenta que esta propuesta se puede incorporar también en el Nivel de Primer Año Medio. Propongo la idea en reunión del Departamento de Matemáticas y se toma la decisión de implementarla, tal como se explicará a continuación, en el relato de una clase de Álgebra de 1° Medio A.

3) Una clase de Álgebra en Primer Año Medio

Hoy es un día de invierno, un tanto frío y nublado, es un jueves 11 de Agosto de 2011. Estoy junto a mis alumnos de Primer Año Medio A, hemos ingresado a la sala de clases después del recreo, están inquietos, ya han transcurrido cuatro horas de clases. Después de la rutina de rigor – saludos, pasar la lista y otros imponderables – distribuyo la [guía de trabajo](#), y con el propósito de activar los conocimientos previos, necesarios para llevar a cabo las actividades de introducción al Álgebra, dibujo en la pizarra la siguiente secuencia de figuras formadas por palitos de fósforos:



(Figura 1)

Les pido que comenten esta situación, a lo cual muchos estudiantes, en forma un tanto desordenada, tratan de manifestarse al respecto. Después de pedirles orden en su participación, voy dando la palabra para que expresen sus ideas. Por ejemplo, opinan que: “*ya lo habíamos visto antes*”, “*Usted nos pedía calcular los palitos con que había que armar una figura*”, “*a veces se podía formar una figura, pero en otras no*”, “*hay muchas figuras que se pueden armar*”, “*se parece a otras que hemos visto antes*”, etc.

Con el propósito de ordenar y potenciar sus ideas, les invito a completar una tabla de valores (ver figura 2). En general, el curso se pone a trabajar con bastante concentración. Observo como los alumnos intercambian opiniones entre ellos y emergen algunas discusiones respecto a los métodos utilizados. Interactúo con ellos, pero evitando dar respuestas y tratando de que la validación de sus resultados, sea producto de la propia actividad o de la comparación de las estrategias utilizadas. Posteriormente, hacemos una síntesis del trabajo realizado en base a las siguientes preguntas: ***¿cómo calcularon el número de palitos de cada figura?, ¿cómo lo hicieron en la situación inversa?***

Figuras	Número de palitos
1	
2	
3	
4	
17	
100	403
	3003
	4003

(Figura 2)

Para finalizar con la actividad de inicio de la clase, les propongo determinar una expresión que permite calcular los palitos necesarios para formar la figura de orden N .

Pasan algunos minutos y se empieza a notar un tanto de intranquilidad en los estudiantes. Conversan entre ellos respecto de la tarea que les he planteado y me muestran sus resultados para ver si les doy mi aprobación. Pero les indico que ellos mismos pueden verificar si la fórmula descubierta por ellos, les permite completar la tabla anterior. Luego de corroborar el trabajo realizado por la mayoría de los educandos, les pido su atención y procedemos a hacer una puesta en común de las fórmulas encontradas. Las respuestas que emergen son las siguientes:

- a) $3 + 4 \cdot N$
- b) $3 + N \cdot 4$
- c) $4 \cdot N + 3$
- d) $2 + 5 \cdot N$
- e) $((N - 1) \cdot 4) + 7$
- f) $2 + 5 \cdot N - (N - 1)$

Discutimos con los estudiantes cada una de las expresiones encontradas. Para ello van comprobando, en casos particulares, la validez de las fórmulas. También se les pide que expliquen el procedimiento por el cual llegaron a estas respuestas. La mayoría da respuestas del tipo (a), (b) y (c). Y un alumno, en cada caso, da la respuesta (d), (e) y (f). Comprueban que hay cinco expresiones correctas, pero no así la expresión (d).

Me llama la atención la respuesta (f), en este caso presenta una estructura más compleja que las anteriores. Evidentemente, escapa al objetivo de la guía de trabajo, la cual trata de expresiones algebraicas positivas. Además, al igual que la respuesta (e), incluye el uso de paréntesis, tema que se desarrollará en las clases siguientes. Destaco ante el curso este hecho y les indico que estas respuestas serán el motivo de las dos sesiones que siguen. ¡Felicitaciones!

La segunda parte de la clase, consiste en desarrollar la guía de trabajo entregada anteriormente. Para lo cual los alumnos tienen la libertad para trabajar en forma individual o con sus compañeros más cercanos. La actividad la desarrollan con bastante interés, hay mucha discusión y preguntas. Gran parte del curso termina casi la totalidad de los desafíos propuestos.

Para finalizar la clase, hacemos una síntesis final. Para ello les pido a algunos educandos, que lean sus respuestas respecto de una conclusión que se les solicitaba en la guía de trabajo, esta es:

“En cada estrategia, para obtener la cantidad total de palitos que forman la figura N , se deben sumar los palitos ubicados de diversas formas (horizontales, verticales, en diagonal, etc.); ¿qué regla permite efectuar estas sumas?”

En general, las respuestas se centran en que las expresiones encontradas para contabilizar parcialmente, los palitos de la figura de orden N , se deben sumar las que contienen N entre sí, y separadamente, aquellas sin N .

Pero debo destacar que los estudiantes se dieron cuenta, a través de los análisis, de situaciones como las siguientes: $4 \cdot N = N \cdot 4$, $3 + 4 \cdot N = 4 \cdot N + 3$, $((N - 1) \cdot 4) + 7 = 4 \cdot N + 3$, etc. Además, se planteó por parte de los estudiantes, la necesidad de no escribir el punto de multiplicación entre un número y la letra N.

Los felicito por el trabajo realizado y destaco la relevancia que éste tendrá para el desarrollo de las próximas sesiones, en que abordaremos el desarrollo de expresiones algebraicas negativas y la eliminación de paréntesis.

La clase ha finalizado y me quedo con una grata impresión del trabajo realizado por los estudiantes. Pero también quedo con muchas inquietudes y desafíos, respecto del potencial de este tipo de actividades, pero a la vez recuerdo la pregunta planteada por el profesor de Álgebra en la pasantía de Francia. Siento que estoy respondiendo al desafío que esta interrogante involucra.

Reflexiones

En los tres primeros relatos se exponen tres momentos claves de cómo se gesta una innovación en el trabajo pedagógico que realizamos al interior de nuestra unidad educativa. Comienza con uno de los tantos momentos de reflexión y análisis vividos en la Pasantía a Toulouse, Francia. Muchas preguntas y dudas acerca de la enseñanza de las Matemáticas, fueron esclarecidas por los profesores-formadores franceses, pero también quedaron muchos temas abiertos e interrogantes que por razones de tiempo no pudieron ser analizadas. Por ejemplo, la pregunta planteada por el profesor respecto de la enseñanza del Álgebra: *¿qué provecho le podemos sacar a esta situación de los palitos de fósforos?* La idea es enfrentarla como un desafío y oportunidad para generar una propuesta alternativa en la enseñanza inicial de este tema tan relevante. A pesar de que en el tratamiento de la unidad de Álgebra, ya habíamos aplicado exitosamente una propuesta en nuestro colegio, considerábamos que era importante estar atentos a otras miradas potencialmente exitosas acerca de la temática.

El relato correspondiente a la preparación de una clase de Octavo Año Básico, señala que uno de sus referentes para desarrollar el proyecto de aprendizaje, son los principios que emanan de la propia Didáctica de la Matemática, en este caso, lo que significa "*Ser Matemáticamente Competente*"³. Lo anterior implica que los estudiantes deben desarrollar un conjunto de destrezas, que se relacionan principalmente con:

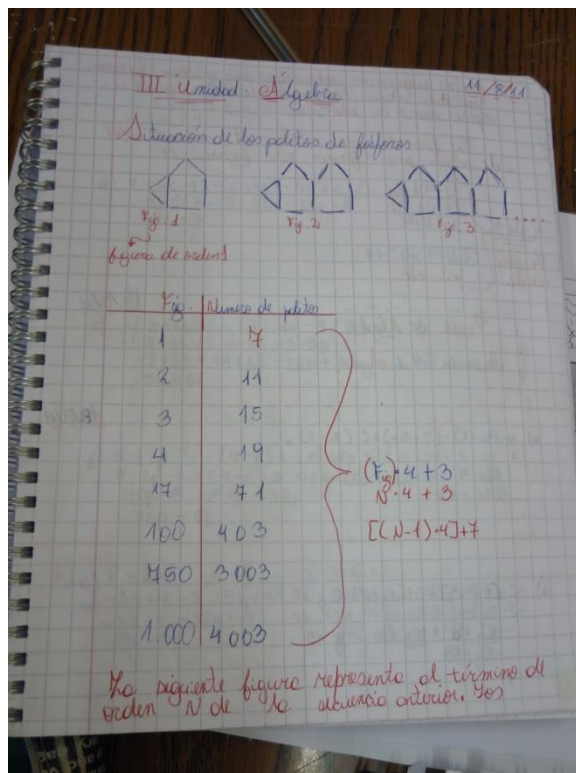
- a) La comprensión conceptual de las nociones, propiedades y relaciones matemáticas que se estudian.
- b) El desarrollo de destrezas procedimentales.
- c) Las capacidades de comunicación y argumentación matemática.
- d) El desarrollo de un pensamiento estratégico.

³ Chamorro C., Belmonte J., Llinares S., Ruiz M. y Vecino F. (2003) Didáctica de las Matemáticas. Pearson Educación. España.

e) La generación de actitudes positivas en el alumno hacia el aprendizaje matemático.

La situación de la secuencia de figuras formadas por palitos de fósforos, apunta a este tipo de destrezas. Por ejemplo, es una situación lúdica y familiar para los estudiantes, ya la han trabajado en la unidad de Números. Lo anterior genera en el alumno una actitud de confianza al verse a sí mismo capaz de resolver tareas matemáticas. Adicionalmente, tiene la oportunidad de desarrollar nuevos procedimientos matemáticos, aprender a cómo y cuándo usarlos apropiadamente, y adaptarlos a nuevas situaciones.

Con respecto al relato de la clase, podemos apreciar cómo una clase de Álgebra se inicia sin dar las definiciones, reglas y convenciones de notación algebraica. La clase comienza con la activación de conocimientos previos, para luego pasar al desarrollo de la guía de trabajo, la cual tiene dos objetivos: primeramente, que a partir de la situación propuesta, el estudiante descubra una regla para reducir expresiones que contienen una letra N, la cual representa a la figura de orden N. En segundo lugar, mejore la técnica descubierta a través de varias actividades lúdicas. Por ejemplo, pirámides y cuadrados mágicos algebraicos, que son una extensión de los de tipo aritmético, vistos en la unidad de Números. También se aprecia, que surgieron algunas situaciones muy especiales, como la respuesta equivocada $2 + 5 \cdot N$. Ella permitió mostrar que el error es parte inherente del trabajo matemático y que la confrontación de ideas permite corregir los procedimientos erróneos. Además, emergen respuestas que van más allá de los objetivos de la clase, por ejemplo:



del trabajo matemático y que la confrontación de ideas permite corregir los procedimientos erróneos. Además, emergen respuestas que van más allá de los objetivos de la clase, por ejemplo: $((N - 1) \cdot 4) + 7 = 4 \cdot N + 3$ y $2 + 5 \cdot N - (N - 1) = 4 \cdot N + 3$. Lo cual permite justificar la necesidad de trabajar en las próximas sesiones las expresiones algebraicas negativas y el uso de paréntesis.

Otro punto interesante, lo constituye las propias respuestas de los alumnos. Las cuales les permiten visualizar la propiedad Conmutativa de la Adición y Multiplicación en los números Enteros, al tener que analizar la equivalencia de las expresiones encontradas por cada uno de ellos, es decir, $4 \cdot N = N \cdot 4$; $3 + 4 \cdot N = 4 \cdot N + 3$. También surge, desde los propios estudiantes, la necesidad de no escribir el punto de multiplicación entre un número y una letra.

Es importante aclarar, que estas tres primeras sesiones de acercamiento hacia el trabajo algebraico, son la base para que las definiciones y convención de reglas de desarrollo de expresiones algebraicas, aparezcan en forma natural y como una necesidad de la comunidad formada por los alumnos del Primer Año Medio A.

Para finalizar, quisiera exponer el convencimiento que tenemos en nuestro departamento, de que nuestras prácticas pedagógicas van por el camino correcto. La evolución de los resultados en la evaluación Simce de nuestro Liceo, han ido de la mano con las innovaciones implementadas a través de los años. Hemos comprobado que en nuestra realidad, trabajar en función de esta prueba de medición de la calidad de los aprendizajes no garantiza un mejor resultado. En las primeras mediciones realizadas en 1998 y 2001 a los Segundos Años Medios, le dimos mucha importancia a las pruebas de ensayo, pero los resultados no fueron significativos. Pero cuando cambiamos el foco de nuestro quehacer (Año 2002), centrándolo en la calidad de las actividades de la clase, los resultados mejoraron significativamente (ver tabla de la figura 3).

Evolución de los puntajes Simce Liceo San José de Requínoa						
Año	1998	2001	2003	2006	2008	2010
Puntaje	246	263	294	307	296	310

(Figura 3)

Las sugerencias de actividades de los Programas de Estudio propuestos por el Mineduc, han sido por una parte, un gran desafío al momento de implementarlas en la sala de clases. Pero por otra, se han transformado en las fortalezas de nuestro trabajo a través de los años, permitiéndonos realizar distintas innovaciones. Obviamente, lo anterior no garantiza todo el mejoramiento, también está el deseo de aprovechar las oportunidades que nos brinda nuestro país para perfeccionarnos. Por ejemplo: las Pasantías al Extranjero y Programa de Acreditación y Evaluación Docente AEP. Son instancias en las cuales hemos participado y hemos salido fortalecidos, pero lo más importante, nuestros esfuerzos han ido en beneficio de nuestros estudiantes.

Datos del Liceo San José de Requínoa

El Liceo San José de Requínoa es polivalente, subvencionado con financiamiento compartido. Posee una matrícula de 1.500 alumnos y está ubicado en la comuna de Requínoa, Sexta Región. Pertenece a la Congregación Italiana Josefinos de Murialdo.

Su índice de vulnerabilidad escolar es de 41% para Enseñanza Básica y 51,3% para educación Media.