



La energía eléctrica y los triángulos rectángulos*

Fernando Pavez Peñaloza
Liceo San José de Requinoa

habitualmente, las unidades relacionadas con “triángulos rectángulos” y “razones trigonométricas”, se relacionan con problemas de medición de alturas y distancias inaccesibles. Por lo tanto, me pregunté: ¿qué aplicaciones distintas a las anteriores existen de estas unidades?. Considerando que el tema de la energía eléctrica y el uso racional que de ella debemos hacer merecen toda nuestra atención, sobretodo en alumnos que se están preparando para la vida futura, seleccioné este tema como eje principal de la unidad de tercero medio: “Más Sobre Triángulos Rectángulos”. Está propuesta fue parte de mi participación en el “Primer Concurso Nacional en Innovación de la Enseñanza de las Matemáticas”, organizado por IDEAMAS de la U. De Chile.

Esta unidad fue desarrollada paralelamente en tres Terceros Medios: 3° "B" Técnico-Profesional (Electrónico), 3° "C" Científico-Biólogo y 3° "E" Humanista. Para su aplicación, en algunas clases se utilizó PowerPoint; en otras oportunidades, el laboratorio de computación para trabajar en una página web creada para la ocasión y guías de trabajo en Excel; en otras circunstancias se desarrollaron ejercicios en clases sin apoyo informático. Por lo tanto, el esquema de las clases en cada curso varió según las circunstancias.

La unidad se trabajó considerando siete actividades que comprometían una red de contenidos de distintos sectores de aprendizaje y que, al mismo tiempo, implicaron un diseño específico para asegurar el desempeño de los estudiantes: las actividades tienen como referente nuclear la relación entre triángulos rectángulos y electricidad; además cada una de ellas pretende asegurar aprendizajes particulares y, por ende, posibilitan una diversidad de formas de trabajo del docente con los estudiantes. En un esquema muy inductivo, las tres primeras actividades responden a una aproximación inicial al tema de la relación entre matemáticas y electricidad; las siguientes actividades se focalizan directamente en el uso de los triángulos rectángulos como modelo de las potencias eléctricas.

Actividad N° 1: “La Electricidad y las Matemáticas”

Para desarrollar esta actividad, se dispuso de un circuito eléctrico alimentado por un voltaje constante y formado por 10 ampolletas conectadas en paralelo, con sus respectivos interruptores, además de un

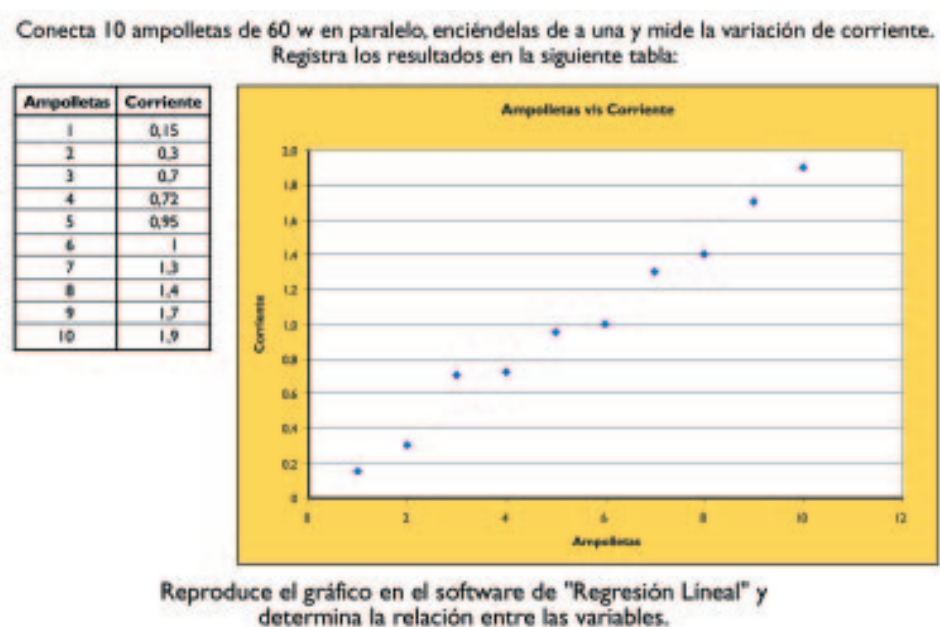
* Agradecemos los aportes realizados por el Colegio de Instaladores Electricistas de Chile.





instrumento para medir la intensidad de corriente eléctrica. El objetivo de esta experiencia, fue apreciar la utilidad de las matemáticas para analizar gráficamente las variaciones de las magnitudes: número de ampollitas versus corriente eléctrica.

En una modalidad grupal, el desarrollo de la experiencia consistió en ir encendiendo, paulatinamente, cada ampollita y medir la intensidad de corriente requerida por el circuito. Algunos estudiantes, registraron los datos en una tabla del programa Excel, preparada previamente para la ocasión, que permitió la construcción de un gráfico (ver imagen adjunta).



Posteriormente, los estudiantes graficaron la nube de puntos en un software de simulación, obteniendo una recta "modelo" de la situación estudiada. Analizaron el tipo de variación proporcional obtenido e hicieron extrapolaciones para valores que no estaban dados en la tabla. Finalmente, se les pidió que analizaran la siguiente pregunta: ¿qué otras relaciones entre magnitudes eléctricas quedan representadas a través de un modelo lineal?.

Actividad N° 2: "El Mágico Electroimán"

El objetivo de esta experiencia práctica, fue establecer en forma empírica que la energía eléctrica se manifiesta por sus efectos: uno tangible como es el movimiento de la sierra circular y otro no tan evidente como es la formación de 'campos electromagnéticos' que están presentes pero no los vemos, los cuales sin embargo, son cuantificables a través del desplazamiento de un cuerpo metálico.

Para esta actividad de demostración, fue necesario una extensión eléctrica formada por dos alambres



aislados (NYA 1,5 mm²) con un enchufe hembra en un extremo y un enchufe macho en el otro. Uno de los conductores se enrolló en torno a un tubo de cartón, formando una “bobina”. El enchufe macho de la extensión, se conectó a una toma de corriente de 220 Volts y el enchufe hembra al cordón de una sierra eléctrica circular. A la entrada de la bobina se depositó un clavo; al accionar la sierra circular por un instante, el clavo fue arrastrado hacia el interior de la bobina.

A los alumnos se les plantearon varias interrogantes, por ejemplo: ¿qué fenómeno origina este efecto?, ¿qué similitudes tiene con un imán?, ¿qué aplicaciones prácticas tiene?. Los estudiantes entregaron respuestas diversas que me permitieron generar un resumen preciso a las problemáticas planteadas.

Actividad N° 3: “Funcionamiento de una Lavadora”

Apoyados de las conclusiones de la actividad anterior, se entregó a los alumnos el siguiente texto para su lectura y análisis grupal:

“El motor de una lavadora para su funcionamiento, necesita de los campos electromagnéticos para originar el movimiento de las “aspas” que mueven el agua. Los fabricantes diseñan el motor para que trabaje a su plena capacidad. En la práctica los motores trabajan con una carga en el eje menor para la que fueron diseñados, dando origen al problema de ‘la optimización del uso de la energía eléctrica’. Esto quiere decir que:

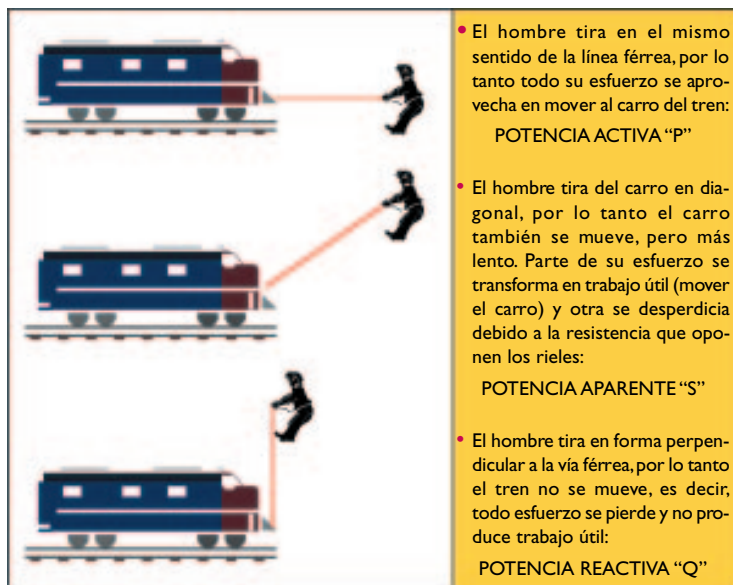
- Un porcentaje de la energía eléctrica consumida por el motor se transforma en “trabajo útil”, llamada POTENCIA ACTIVA “P”.
- Otro porcentaje, se desperdicia en originar campos electromagnéticos que no producen ningún trabajo útil, llamada POTENCIA REACTIVA “Q”.
- Aparentemente, la energía comprada a la empresa eléctrica es consumida en hacer funcionar la lavadora, pero como vimos, esto no es así. En el ámbito de la electricidad, la potencia eléctrica suministrada por la empresa respectiva recibe el nombre de POTENCIA APARENTE “S”.

Algunas preguntas que se le plantearon a los alumnos fueron: si una dueña de casa usa la lavadora hasta la mitad de su capacidad y otra usa la lavadora a su plena capacidad, ¿cuál de ellas gasta menos energía eléctrica?, ¿qué otras aplicaciones existen de los motores eléctricos?, ¿qué puede suceder si acercamos una brújula a un motor en pleno funcionamiento?.

Actividad N° 4: “Modelando las Potencias Eléctricas”

Posteriormente, utilizando el PowerPoint presenté a los estudiantes una analogía entre las potencias eléctricas y un carro de un tren “tirado” por un “superhombre”, tal como lo ilustra la siguiente imagen:





- El hombre tira en el mismo sentido de la línea férrea, por lo tanto todo su esfuerzo se aprovecha en mover al carro del tren:
POTENCIA ACTIVA "P"

- El hombre tira del carro en diagonal, por lo tanto el carro también se mueve, pero más lento. Parte de su esfuerzo se transforma en trabajo útil (mover el carro) y otra se desperdicia debido a la resistencia que oponen los rieles:
POTENCIA APARENTE "S"

- El hombre tira en forma perpendicular a la vía férrea, por lo tanto el tren no se mueve, es decir, todo esfuerzo se pierde y no produce trabajo útil:
POTENCIA REACTIVA "Q"

Una vez realizado el análisis de la figura anterior con los estudiantes, introduje como modelo de las potencias eléctricas un triángulo rectángulo, tal como se ilustra en la siguiente imagen:

Esta ilustración me permitió explicar directamente a los estudiantes algunas observaciones puntuales respecto de la medición de las potencias. Por ejemplo:



- La potencia activa P se mide en watts "**W**".
- La potencia reactiva Q en **volt-ampére reactivo "VAR"**.
- La potencia aparente S en **volt-ampére "VA"**.
- La potencia S corresponde a la suma geométrica de **P** y **Q**, se relacionan a través del **Teorema de Pitágoras: $P^2 + Q^2 = S^2$** .



Actividad N° 5: “Factor de Potencia”

Esta actividad se trabajó considerando un ejemplo de la vida real, iniciándola con el siguiente problema:

“En la carnicería *Miguelito*, ubicada a una cuadra del colegio, llegó la factura de consumo de energía eléctrica, la cual en esta oportunidad, a diferencia de otros meses, fue examinada cuidadosamente por su dueño. Miguelito observó que entre otros cargos, aparecía uno que le llamó la atención:

fp..... \$ 25.000, fp = 0,82

Decidió entonces consultar a un especialista en el tema, un instalador eléctrico autorizado por S.E.C. (Superintendencia de Electricidad y Combustibles). Este le explicó que ese cargo en particular era una multa por mal factor de potencia (**fp**) y, según el código eléctrico, debería haber tenido un valor mínimo de **fp=0,93**.”

A partir de tal problema, expliqué a mis estudiantes que el factor de potencia (**fp**) es la razón entre el valor de la potencia activa y la potencia aparente, cuya expresión matemática es la siguiente:

$$f_p = \frac{P}{S}$$

Luego, les señalé que el factor de potencia mide qué parte de la *potencia aparente* (en fracción, decimal o porcentaje) se convierte en *potencia activa*, es decir, en trabajo útil. Por ende, concluimos que si la carnicería “Miguelito” tiene un factor de potencia **0,82**, significa que el 82% de la *energía aparente* es aprovechada y, por ende, se desperdicia el 18%. Además, al considerar que la norma exige un valor mínimo de $fp=0,93$, entonces los estudiantes constataron que el factor de potencia de las instalaciones eléctricas de dicha carnicería se ubicaba en un 11% por debajo de dicho valor:

Atendiendo a una interesante pregunta de un estudiante, el paso siguiente fue explicar cómo se mide el factor de potencia. Les señalé que este factor se mide preferentemente, en instalaciones con *Alimentación Trifásica* y su medición es indirecta. Para realizar esto, les indiqué la necesidad de utilizar dos medidores de potencia: uno llamado “activo” y otro llamado “reactivo”. Evidentemente, le advertí que sus nombres indican el tipo de potencias que miden y que la tendencia a futuro es usar medidores “híbridos” (es decir, medidores digitales, que entre otras variables eléctricas miden la potencia reactiva y el fp), (la carnicería Miguelito usa los dos medidores descritos).

A partir de tal explicación, propuse un ejemplo práctico para calcular el factor de potencia:

“El dueño de una amasandería alimentada por un empalme trifásico, contrató un instalador eléctrico autorizado por S.E.C. para que hiciera un estudio del valor del factor de potencia. En primer lugar, el instalador determinó la potencia activa, sumando todas las potencias, en watts, correspondiente a los consumos tales como ampolletas, equipos fluorescentes, refrigeradores, máquinas, obteniendo una potencia activa de 5.000 watts, es decir, 5kW En segundo lugar, para conocer la potencia reactiva el instalador analizó las siguientes lecturas tomadas en el lapso de una hora en el medidor reactivo:





Lectura final 24.5367VARh

Lectura inicial24.3867VARh

Por lo tanto, el instalador concluyó que la potencia reactiva del período considerado fue de 1.500VARh/Ih, es decir = 1.5kVAR’.

Considerando el Triángulo Pitagórico de Potencias ya analizado y estudiado por los estudiantes, consideré importante que lo aplicaran a esta situación.

El procedimiento matemático que emplearon se puede resumir en los siguientes cálculos:

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

$$S^2 = (5)^2 + (1.5)^2$$

$$S = \sqrt{25+2.25}$$

$$S = 5.2 \text{ kVA}$$

$$f_p = \frac{P}{S}$$

$$f_p = \frac{5}{5.2}$$

$$f_p = 0.96$$

Una vez realizada las operaciones matemáticas, los estudiantes comprendieron por qué la instalación eléctrica de la amasandería aprovecha el 96% de la energía comprada a la empresa de suministro eléctrico y, en consecuencia, se encuentra exenta de multa.

Debo señalar que la ejercitación de este método, se realizó en una hoja de cálculo en Excel interactiva, ya que se utilizaron macros y funciones condicionales para indicarle al alumno si sus respuestas eran las correctas. Cuando no se dispuso del taller de computación, los alumnos realizaron manualmente los cálculos matemáticos.

Actividad N° 6: “El Factor de Potencia y la Razón Trigonométrica Coseno”

En esta actividad propuse como desafío a mis estudiantes que vincularan el factor de potencia con las relaciones trigonométricas estudiadas, utilizando para ello el modelo triángulo-rectangular que ya conocían. Luego de discutir las diferentes posiciones, establecimos la siguiente conclusión:

- el factor de potencia es equivalente al coseno del ángulo formado por la potencia activa P y la potencia aparente S (conforme al Triángulo Pitagórico de Potencias).

Las expresiones matemáticas que nos condujeron a tal conclusión son:



dado que $f_p = \frac{P}{S}$ y que $\text{COS}(a) = \frac{P(\text{Cateto Adyacente})}{S(\text{Hipotenusa})}$

entonces $f_p = \text{COS}(a)$

A partir de estas conclusiones, les presenté el siguiente problema:

“La factura de consumo eléctrico de un taller de muebles, donde la potencia activa total es de 4.8 Kw, indica que su factor de potencia es de 0.85. Calcular los valores de las potencia aparente y reactiva”.

Luego de que los estudiantes trabajaran en grupos y que en conjunto discutiéramos los procedimientos empleados y la validez de las soluciones entregadas, escribí en la pizarra uno de los procedimientos empleados:

$$f_p = 0.85$$

$$\cos(a) = 0.85$$

$$\underline{P} = 0.85$$

S

$$\underline{4.8} = 0.85$$

S

$$S = 5.6 \text{ kVA}$$

Para calcular Q sólo tenemos que aplicar la relación pitagórica que vincula a las tres potencias:

$$P^2 + Q^2 = S^2$$

$$Q^2 = (5,6)^2 - (4,8)^2$$

$$Q = \sqrt{8.32}$$

$$Q = 2.9 \text{ kVAR}$$

Aproveché la ocasión para informarles que la medición directa e instantánea del factor de potencia, realizada por los especialistas, se obtiene con un instrumento denominado *cosifimetro*.

Actividad N° 7: ¿Cómo Mejorar el Factor de Potencia?

Esta actividad se inició con la pregunta ¿cómo mejorar el factor de potencia de una instalación eléctrica?. Para ello solicité a los estudiantes que investigaran acerca de la optimización del proceso de transformación de la *potencia aparente* en *potencia activa*. Los alumnos discutieron con los profesores especialistas del liceo, llegando a establecer que para mejorar el factor de potencia, debido al exceso de corrientes reactivas, se usan unos dispositivos eléctricos llamados “CONDENSADORES” que tienen la propiedad de anular el efecto reactivo-inductivo (producido por las bobinas). Además constataron que no se trata de conectar

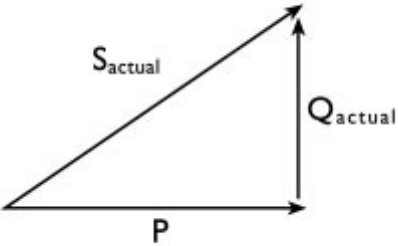
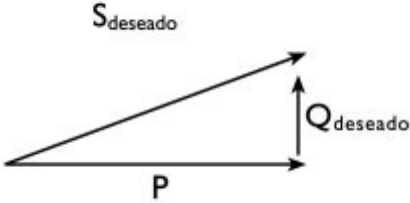


cualquier condensador; ya que si su capacidad es demasiado alta igual se tendrá un factor de potencia desmejorado. Por lo tanto, su cálculo debe ser cuidadoso.

Aceptando tales constataciones de los estudiantes, para ilustrar lo anterior propuse retomar el problema de la carnicería Miguelito con el siguiente propósito:

“Un instalador eléctrico determinó que la potencia activa total (considerando luces, enchufes, máquinas) es de **9.9 kW**. Como sabemos el factor de potencia actual es de **0.82**. Se desea que el factor de potencia tenga un valor mínimo de **0.93**”.

Después de hacer un análisis general del problema planteado, los estudiantes calcularon el condensador necesario para corregir el fp, a partir de la situación actual ya abordada. La síntesis del trabajo realizado fue ilustrada en la siguiente tabla:

| Situación Actual | Situación Deseada |
|--|--|
|  |  |
| $P = 9.9 \text{ kW}$ | $P = 9.9 \text{ kW}$ |
| $f_p \text{ (actual)} = 0.82$ | $f_p \text{ (deseado)} = 0.93$ |
| $\cos(a) = 0.82$ | $\cos(a) = 0.93$ |
| $a_{\text{actual}} = \cos^{-1}(0.82)$ | $a_{\text{deseado}} = \cos^{-1}(0.93)$ |
| $a_{\text{actual}} = 35^\circ$ | $a_{\text{deseado}} = 21.6^\circ$ |
| $\tan(35^\circ) = \frac{Q_{\text{actual}}}{P}$ | $\tan(21.6^\circ) = \frac{Q_{\text{deseado}}}{P}$ |
| $0.7 = \frac{Q_{\text{actual}}}{9.9}$ | $0.4 = \frac{Q_{\text{deseado}}}{9.9}$ |
| $Q_{\text{actual}} = (9.9)(0.7)$ | $Q_{\text{deseado}} = (9.9)(0.4)$ |
| $Q_{\text{actual}} = 6.93 \text{ kVAR}$ | $Q_{\text{deseado}} = 3.96 \text{ kVAR}$ |



Deseamos reducir el valor de la potencia reactiva actual, 6.93 Kvar, al valor deseado 3.96 Kvar, por lo tanto, esta reducción será aportada por el condensador que se conecta a la instalación:


$$\begin{aligned}
 Q_{\text{condensador}} &= Q_{\text{actual}} - Q_{\text{deseado}} \\
 Q_{\text{condensador}} &= 6.93 - 3.96 \text{ kVAR} \\
 Q_{\text{condensador}} &= 2.97 \text{ kVAR}
 \end{aligned}$$

Es decir, la *potencia capacitiva* del condensador necesaria para mejorar el factor de potencia, debe estar lo más cercano a 3.0 Kvar. De esta forma, el dueño de la carnicería "Miguelito", dejaría de cancelar mensualmente \$ 25.000.-

Convertir la clase de matemática en un espacio pedagógico donde se puedan hacer mediciones con instrumentos, análisis de gráficos y de experimentos, conversaciones de problemas esenciales de nuestra sociedad (como el racionamiento eléctrico en invierno), ejercitación de la resolución de problemas utilizando los recursos informáticos a disposición en nuestros colegios, resulta significativo para la apropiación de conocimientos contextualizados por parte de los estudiantes y, por ende, gratificante para el profesor al ver que ellos aprenden más y de mejor forma.

Es sorprendente ver que los jóvenes, en un alto porcentaje, se sienten motivados y dispuestos a apropiarse de los conocimientos. Estas clases las consideraron diferentes a las habituales, pues decían textualmente: *"parece una clase de laboratorio"*, *"no teníamos idea de que la electricidad era matemática"*, *"no sólo aprendimos matemática, sino también como aprovechar mejor la energía eléctrica"*. Es decir, esta propuesta permitió desarrollar aquellas capacidades necesarias para un aprendizaje de calidad de los estudiantes que implica no sólo mayor éxito académico, sino también alto grado de crecimiento personal y de responsabilidad para enfrentar desafíos futuros.

Es de suma importancia que los profesores incorporem a nuestras prácticas pedagógicas los recursos informáticos aportados por la red Enlaces, tal como paquete integrado Office, graficadores, "El Geómetra" (Similar a CABRI, pero en español), Internet, etc. Además, los profesores debemos tratar de formar pequeñas "comunidades de aprendizaje" con otros subsectores. Es la única forma de ir contextualizando la enseñanza de las matemáticas. De este modo, la clase de matemática puede dar lugar a pequeñas experiencias de laboratorio y/o investigaciones que habitualmente están reservadas para las clases de otros subsectores.

Por último, para desarrollar esta propuesta debí trabajar en comunidad con el profesor de Física y Computación del liceo, ya sea para aclarar conceptos y/o coordinar temas a tratar en paralelo con los estudiantes. Sin duda, esto me enriqueció profesionalmente. 





Comentario

Una de las potencialidades de la matemática planteada explícitamente en el nuevo marco curricular, es su capacidad para modelar fenómenos de diversa índole, entendiendo por modelo una representación simplificada de una realidad cualquiera. Es el caso de la electricidad de uso domiciliario denominada corriente alterna, la cual se manifiesta por diversos efectos, algunos más tangibles que otros, pero todos susceptibles de ser modelados matemáticamente.

Este potencial modelativo de la disciplina está plenamente representado en el presente trabajo, ya que al revisar detalladamente las actividades planteadas, veremos que hay un recorrido intencionado de carácter cíclico que va desde los contextos reales (electroimanes, circuito con ampolletas, etc.), hacia los correspondientes modelos matemáticos, para nuevamente regresar al contexto donde ellos encuentran una aplicación significativa.

El profesor, autor de esta Página, describe una interesante propuesta didáctica que relaciona contenidos propios de la especialidad eléctrica (potencia eléctrica activa, reactiva y aparente), con el conocido Teorema de Pitágoras, propio de los triángulos rectángulos. Esto faculta a los alumnos para que, a través de operaciones realizadas desde el modelo matemático, propongan aplicaciones que eviten el uso inadecuado de la energía eléctrica; un ejemplo de lo anterior es la corrección del factor de potencia de la instalación eléctrica de un local comercial y evitar así, el pago de una multa en aquellos casos que dicho factor esté por debajo de la norma establecida.

Nótese que esta experiencia está orientada por una opción didáctica que es preciso destacar: el profesor no inicia la enseñanza dando definiciones matemáticas, sino que emplea fenómenos eléctricos para capturar la imaginación de los jóvenes a través de la observación y la experimentación, teniendo presente una perspectiva de construir nociones de abstracción creciente facilitadas por el modelo matemático. En este caso, la diferencia estriba en que los alumnos, cuando les corresponda trabajar en un ambiente algebraico-numérico, estarán dotados de un anclaje cognitivo proporcionado por los referentes concretos desde los cuales surgió el problema.

Es importante destacar que este trabajo se articula en lo que el profesor denomina “comunidad de aprendizaje” constituida, en este caso, por los profesores de matemática, física y computación, lo cual los conduce a un trabajo mancomunado que involucra a estos sectores de aprendizaje con el carácter técnico profesional del liceo. Estas comunidades son el espacio propicio para buscar puntos de conexión entre los contenidos propios de las asignaturas, definir secuencias de actividades, acordar estrategias y procedimientos evaluativos y vinculaciones con OFT y con el eje transversal de informática. Esto cobra especial sentido en un Liceo Polivalente ya que al revisar algunos Módulos de la Especialidad Eléctrica de la Formación Técnico-Profesional,





como por ejemplo “Medición y Análisis de Circuitos Eléctricos”, “Mantenimiento y Operación de Máquinas y Equipos Eléctricos” ó “Proyectos Eléctricos de Baja Tensión”, afloran ineludibles vinculaciones con los contenidos de Matemática, Física, Prevención de Riesgos e incluso, con Ciencias Sociales.

Llaman la atención los logros obtenidos en esta experiencia por los estudiantes de los Terceros Medios, sean estos Científico-Humanista o Técnico Profesional, lo cual viene a confirmar la factibilidad de que los jóvenes de enseñanza media, independientemente de la modalidad a la que estén adscritos, aprendan significativamente matemática de buen nivel, desterrando el mito ampliamente distribuido de que sólo pueden aprender matemáticas aquellos que “nacieron buenos para ella”. En este Liceo se ha demostrado ampliamente lo contrario: todos pueden aprender matemáticas en un escenario pedagógico de calidad profesional.

Francisco Cerda B.
Fernando Azula P.
Profesionales MINEDUC



Datos del Liceo

El liceo San José de Requínoa es polivalente, tiene una matrícula de 1500 alumnos y está ubicado en la comuna de Requínoa, con 15000 habitantes, Sexta Región, 15 Km al sur de Rancagua.

Curso: 3° y 4° Medio
N° de alumnos: 120 (considerando 3 cursos)
Ciudad: Requínoa
Región: Sexta

